

परीक्षा केन्द्राध्यक्ष की मोहर
Seal of Superintendent of Examination Centre

परीक्षार्थी द्वारा बॉल-प्वाइंट पेन से भरा जाए
To be filled in by Candidate by Ball-Point pen only

उत्तर-शीट का क्रमांक
Sl. No. of Answer-Sheet

अनुक्रमांक
Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

घोषणा : मैंने नीचे दिये गये निर्देश अच्छी तरह पढ़कर समझ लिए हैं।
Declaration : I have read and understood the instructions given below.

अभ्यर्थी के हस्ताक्षर
(Signature of Candidate).....
अभ्यर्थी का नाम
(Name of Candidate)

वीक्षक के हस्ताक्षर
(Signature of Invigilator).....
वीक्षक के नाम
(Name of Invigilator)

Paper: **III** Subject: **MATHEMATICAL SCIENCES** Time: 2 Hour 30 Minutes Maximum Marks: **150**

इस प्रश्न-पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या
Number of Pages in this Question Booklet } **64**

इस प्रश्न-पुस्तिका में प्रश्नों की संख्या
Number of Questions in this Question Booklet } **75**

INSTRUCTION TO CANDIDATES

- Immediately after getting the Booklet read instructions carefully, mentioned on the front and back page of the Question Booklet and do not open the seal given on the right hand side, unless asked by the invigilator. Do not accept a booklet without sticker-seal and do not accept an open booklet. As soon as you are instructed to open the booklet in the first 5 minutes you should compulsorily tally the number of pages and number of questions in the booklet with the information printed on the cover page. Faulty booklets due to pages/questions missing or duplicate or not in serial order or any other discrepancy should be got replaced immediately within 5 minutes. Afterwards, neither the Question Booklet will be replaced nor any extra time will be given.
- Write your Roll No., Answer-Sheet No., in the specified places given above and put your signature.
- Make all entries in the OMR Answer-Sheet as per the given instructions, otherwise Answer-Sheet will not be evaluated.
- For each question in the Question Booklet choose only one correct/most appropriate answer, out of four options given and darken the circle provided against that option in the OMR Answer-Sheet, bearing the same serial number of the question. Darken the circle with **Black or Blue ball-point pen** only.
- Darken the circle of chosen option fully, otherwise answers will not be evaluated.
Example : A B C D If (B) is correct answer.
- There are 75 objective type questions in this Booklet. All questions carry two marks each.
PART - I - 45 Questions 1-45
PART - II (A) Mathematics Group - 30 Questions 46-75
OR
PART - II (B) Statistics Group - 30 Questions 46-75
Part I is compulsory. Candidate has to attempt Part II (A) or Part II (B).
- Do not write anything anywhere in the Question Booklet or on the Answer-Sheet except making entries in the specified places. Rough work is to be done in the space provided in this booklet.
- When the examination is over, original OMR Answer Sheet is to be handed over to the invigilator before leaving the examination hall, while the Question Booklet and carbon copy of the Answer-Sheet can be retained by the candidate.
- There is no negative marks for incorrect answer.
- Use of any calculator/log table/mobile phone is prohibited.
- In case of any ambiguity in Hindi & English versions, the English version shall be considered authentic. For Technical words terminology in English shall be considered as standard.

अभ्यर्थियों के लिए निर्देश

- प्रश्न-पुस्तिका मिलते ही मुख पृष्ठ एवं अंतिम पृष्ठ में दिए गए निर्देशों को अच्छी तरह पढ़ लें। दाहिनी ओर लगी सील को वीक्षक के कहने से पूर्व न खोलें। स्टीकर सील के बगैर प्रश्न पुस्तिका या खुले हुये प्रश्न पुस्तिका को स्वीकार न करें। प्रश्न पुस्तिका को खोलने के लिए जैसा ही कहा जायेगा प्रथम 5 मिनट में अनिवार्यतः मुख पृष्ठ पर अंकित पृष्ठों की संख्या एवं प्रश्नों की संख्या को पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या एवं प्रश्नों की संख्या से मिलान कर लें। पृष्ठों/प्रश्नों का छूटना या पुनः मुद्रित हो जाना या क्रम में नहीं रहना या अन्य किसी विरोधाभास के कारण प्राप्त त्रुटिपूर्ण प्रश्न पुस्तिका को इन्हीं 5 मिनट के अंदर बदलवा लें। इसके पश्चात न ही प्रश्न पुस्तिका बदला जा सकता है और न ही कोई अतिरिक्त समय दिया जायेगा।
- ऊपर दिए हुए निर्धारित स्थानों में अपना अनुक्रमांक, उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक लिखें तथा अपने हस्ताक्षर करें।
- ओ.एम.आर. उत्तर-शीट में समस्त प्रविष्टियां दिये गये निर्देशानुसार करें अन्यथा उत्तर-शीट का मूल्यांकन नहीं किया जाएगा।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर हेतु प्रश्न-पुस्तिका में प्रश्न के नीचे दिए गए चार विकल्पों में से सही/सबसे उपयुक्त केवल एक ही विकल्प का चयन कर ओ.एम.आर. उत्तर-शीट में उसी विकल्प वाले गोले को, जो उस प्रश्न के सरल क्रमांक से सम्बंधित हो, काले या नीले बॉल-प्वाइंट पेन से भरें।
- सही उत्तर वाले गोले को अच्छी तरह से भरें, अन्यथा उत्तरों का मूल्यांकन नहीं होगा।
उदाहरण : A B C D यदि (B) उत्तर सही है।
- प्रश्न-पुस्तिका में 75 वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित है।
भाग-I - 45 प्रश्न 1-45
भाग-II (A) गणित समूह - 30 प्रश्न 46-75
अथवा
भाग-II (B) सांख्यिकी समूह - 30 प्रश्न 46-75
भाग I अनिवार्य है। अभ्यर्थी को भाग II (A) अथवा भाग II (B) का उत्तर देना आवश्यक है।
- प्रश्न-पुस्तिका तथा उत्तर-शीट में निर्दिष्ट स्थानों पर प्रविष्टियां भरने के अतिरिक्त कहीं भी कुछ न लिखें। रफ कार्य, इस पुस्तिका में उपलब्ध स्थान पर करें।
- परीक्षा समाप्ति के उपरान्त तथा कक्ष छोड़ने के पूर्व मूल ओ.एम.आर. उत्तर-शीट वीक्षक को सौंपा जाए। प्रश्न-पुस्तिका एवं उत्तर-शीट की कार्बन कॉपी परीक्षार्थी अपने साथ ले जा सकते हैं।
- ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं किया जावेगा।
- किसी भी तरह के कैलकुलेटर/लॉग टेबल/मोबाइल फोन का प्रयोग वर्जित है।
- प्रश्नों की संरचना में यदि हिन्दी एवं अंग्रेजी के मुद्रण में कोई संशय की स्थिति हो, तो अंग्रेजी मुद्रण को प्रामाणिक माना जायेगा। तकनीकी शब्दों के लिये अंग्रेजी शब्दावली ही मानक माना जायेगा।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

MATHEMATICAL SCIENCES - III

गणितीय विज्ञान - III

PART - I (COMPULSORY)

भाग - I (अनिवार्य)

1. Arrange in proper sequence of implications :

- (a) $|f|$ is measurable
- (b) f is measurable
- (c) $f \in BV [a, b]$

Choose the correct answer.

- (A) $(c) \Rightarrow (a) \Rightarrow (b)$
- (B) $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$
- (C) $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$
- (D) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$

2. Form a correct sequence of logical implications :

- (a) $f(x) \in BV [a, b], a, b \in \mathbf{R}$
- (b) $f(x)$ is absolutely continuous on $[a, b], a, b \in \mathbf{R}$
- (c) $f(x)$ is bounded on $[a, b], a, b \in \mathbf{R}$

Choose the correct answer.

- (A) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (B) $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$
- (C) $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$
- (D) $(c) \Rightarrow (a) \Rightarrow (b)$

1. इम्प्लीकेशन्स को सही अनुक्रम में व्यवस्थित कीजिए :

- (a) $|f|$ मेसरेबल है।
- (b) f मेसरेबल है।
- (c) $f \in BV [a, b]$

सही उत्तर चुनें।

- (A) $(c) \Rightarrow (a) \Rightarrow (b)$
- (B) $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$
- (C) $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$
- (D) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$

2. तार्किक इम्प्लीकेशन्स का सही अनुक्रम बनाइये :

- (a) $f(x) \in BV [a, b], a, b \in \mathbf{R}$
- (b) $[a, b], a, b \in \mathbf{R}$ पर $f(x)$ पूर्णतया संतत है।
- (c) $[a, b], a, b \in \mathbf{R}$ पर $f(x)$ परिबद्ध है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (B) $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$
- (C) $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$
- (D) $(c) \Rightarrow (a) \Rightarrow (b)$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

3. Form a correct sequence of implications :

- (a) f is Riemann integrable on (a, b)
(b) f is monotonic on (a, b)

(c) $f(x) = \int_a^x f(t) dt$ is continuous

Choose the correct answer.

- (A) $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$
(B) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
(C) $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$
(D) $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$

4. Arrange as logically correct sequence of implications :

- (a) f is Lebesgue integrable over $[a, b]$
(b) $f \in BV [a, b]$
(c) f is Riemann-integrable

Choose the correct answer.

- (A) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
(B) $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$
(C) $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$
(D) $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$

5. Function $f(x) = e^{-1/x^2}, x \neq 0,$
 $= 0, x = 0;$ is :

- (A) discontinuous at 0
(B) continuous at 0, but fails to be differentiable at 0.
(C) C^∞
(D) analytic

3. इम्प्लीकेशन्स का सही अनुक्रम बनाइये :

- (a) (a, b) पर f रीमान समाकलनीय है।
(b) (a, b) पर f एकदिष्ट (मोनोटोनिक) है।

(c) $f(x) = \int_a^x f(t) dt$ संतत है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$
(B) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
(C) $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$
(D) $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$

4. इम्प्लीकेशन्स का सही तार्किक अनुक्रम व्यवस्थित कीजिए :

- (a) $[a, b]$ पर f लेबेग समाकलनीय है।
(b) $f \in BV [a, b]$
(c) f रीमान-समाकलनीय है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
(B) $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$
(C) $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$
(D) $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$

5. फलन $f(x) = e^{-1/x^2}, x \neq 0,$
 $= 0, x = 0;$ है :

- (A) 0 पर असंतत
(B) 0 पर संतत, किन्तु 0 पर अवकलनीय होने में विफल।
(C) C^∞
(D) एनालिटिक

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

6. A real valued function $f(x)$ defined on (a, b) is said to be convex if for $0 \leq \lambda \leq 1$, and $\forall x, y \in (a, b)$:

- (A) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$
 (B) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$
 (C) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) = \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$
 (D) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \neq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$

7. Consider the following sequences of functions

$$f_n(x) = \frac{1}{nx+1}, 0 < x < 1$$

$$g_n(x) = x^n, 0 \leq x \leq 1$$

- (A) Both f_n and g_n converge uniformly
 (B) Only f_n converges uniformly
 (C) Only g_n converges uniformly
 (D) Neither f_n nor g_n converges uniformly

8. Consider two series.

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}$$

Then

- (A) Both S and T are convergent
 (B) S is convergent but T is divergent
 (C) T is convergent but S is divergent
 (D) Both S and T are divergent

6. (a, b) पर परिभाषित एक वास्तविक मान फलन $f(x)$ को कान्वेक्स कहा जाता है यदि $0 \leq \lambda \leq 1$, और $\forall x, y \in (a, b)$ के लिए :

- (A) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$
 (B) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$
 (C) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) = \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$
 (D) $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \neq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$

7. निम्न फलनों के अनुक्रमों पर विचार कीजिए :

$$f_n(x) = \frac{1}{nx+1}, 0 < x < 1$$

$$g_n(x) = x^n, 0 \leq x \leq 1$$

- (A) दोनों f_n और g_n एकसमानतः अभिसारित होते हैं।
 (B) केवल f_n एकसमानतः अभिसारित होता है।
 (C) केवल g_n एकसमानतः अभिसारित होता है।
 (D) न ही f_n ना तो g_n एकसमानतः अभिसारित होते हैं।

8. दो श्रेणियों पर विचार कीजिए।

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}$$

फिर

- (A) दोनों S तथा T अभिसारी हैं।
 (B) S अभिसारी है परन्तु T अपसारी है।
 (C) T अभिसारी है परन्तु S अपसारी है।
 (D) दोनों S तथा T अपसारी हैं।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

9. Three statements are given below :

- (a) Every non-empty perfect subset of \mathbb{R}^n is uncountable
- (b) Set of irrationals is uncountable
- (c) Cantor set is countable

Choose the correct answer.

- (A) All the statements are correct
- (B) Only (a) and (b) are correct
- (C) Only (b) is correct
- (D) Only (a) is correct

10. Let $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ then,

- (a) $f(x) < 1$
- (b) $f(x) > \frac{2}{\pi}$
- (c) $f(x) \geq 1$
- (d) $f(x) \leq \frac{2}{\pi}$

Choose the correct answer.

- (A) only (a) and (b) are correct
- (B) only (c) and (d) are correct
- (C) only (c) is correct
- (D) only (a) is correct

9. नीचे तीन कथन दिए गए हैं :

- (a) \mathbb{R}^n का हर अ-रिक्त आदर्श उपसमुच्चय अगणनीय है।
- (b) अपरिमेयों का समुच्चय अगणनीय है।
- (c) केन्टर समुच्चय गणनीय है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) सभी कथन सही है।
- (B) केवल (a) और (b) सही है।
- (C) केवल (b) सही है।
- (D) केवल (a) सही है।

10. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ लीजिए,

फिर

- (a) $f(x) < 1$
- (b) $f(x) > \frac{2}{\pi}$
- (c) $f(x) \geq 1$
- (d) $f(x) \leq \frac{2}{\pi}$

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a) और (b) सही है।
- (B) केवल (c) और (d) सही है।
- (C) केवल (c) सही है।
- (D) केवल (a) सही है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

11. Let $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, if $(x, y) \neq (0, 0)$
 $= 0$, if $(x, y) = (0, 0)$

Then :

- (a) $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ exists
 (b) $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ exists
 (c) f is continuous at $(0, 0)$
 (d) f is differentiable at $(0, 0)$

Choose the correct answer.

- (A) All the statements are correct
 (B) only (a), (b) and (c) are correct statements
 (C) only (a) and (b) are correct statements
 (D) All the statements are wrong

12. Let $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ be
 $f(x) = 0, x \in \mathbb{Q}$
 $= 1, x \notin \mathbb{Q}$

Then :

- (a) f is Riemann-integrable
 (b) f is Lebesgue integrable
 (A) Both the statements are correct
 (B) Both the statements are wrong
 (C) (a) is correct and (b) is wrong
 (D) (a) is wrong and (b) is correct

11. $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, यदि $(x, y) \neq (0, 0)$
 $= 0$, यदि $(x, y) = (0, 0)$

लीजिये। फिर :

- (a) $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ अस्तित्व में है।
 (b) $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ अस्तित्व में है।
 (c) $(0, 0)$ पर f संतत है।
 (d) $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) सभी कथन सही हैं।
 (B) केवल (a), (b) और (c) सही कथन हैं।
 (C) केवल (a) और (b) सही कथन हैं।
 (D) सभी कथन गलत हैं।

12. f को $: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ लीजिये
 $f(x) = 0, x \in \mathbb{Q}$
 $= 1, x \notin \mathbb{Q}$

फिर :

- (a) f रीमान-समाकलनीय है।
 (b) f लेबेग समाकलनीय है।
 (A) दोनों कथन सही हैं।
 (B) दोनों कथन गलत हैं।
 (C) (a) सही है और (b) गलत है।
 (D) (a) गलत है और (b) सही है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

13. Match the functions with their properties :

(a) $f(x) = \sin \frac{1}{x}, x \neq 0;$ (i) differentiable at 0
 $f(0) = 0$

(b) $g(x) = x \sin \frac{1}{x}, x \neq 0,$ (ii) Continuous
 $g(0) = 0$ but non-differentiable at 0

(c) $h(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}, x \neq 0$ (iii) discontinuous
 $h(0) = 0$ at 0

Choose the correct answer.

- | | | | |
|-----|-------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) |
| (A) | (ii) | (i) | (iii) |
| (B) | (iii) | (ii) | (i) |
| (C) | (iii) | (i) | (ii) |
| (D) | (i) | (iii) | (ii) |

14. Match the series with domain of convergence :

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)x^{2n}}{n!}$ (i) $(-1, 1)$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n+1}}$ (ii) $(-\infty, \infty)$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ (iii) $(-2, 2)$

Choose the correct answer.

- | | | | |
|-----|-------|-------|------|
| | (a) | (b) | (c) |
| (A) | (ii) | (iii) | (i) |
| (B) | (iii) | (i) | (ii) |
| (C) | (i) | (iii) | (ii) |
| (D) | (iii) | (ii) | (i) |

13. फलनों को उनके गुणधर्मों के साथ सुमेलित कीजिए

(a) $f(x) = \sin \frac{1}{x}, x \neq 0;$ (i) 0 पर अवकलनीय
 $f(0) = 0$

(b) $g(x) = x \sin \frac{1}{x}, x \neq 0,$ (ii) संतत किन्तु 0 पर
 $g(0) = 0$ नॉन डिफरेंशियबल है

(c) $h(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}, x \neq 0$ (iii) 0 पर असंतत
 $h(0) = 0$

सही उत्तर चुनें।

- | | | | |
|-----|-------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) |
| (A) | (ii) | (i) | (iii) |
| (B) | (iii) | (ii) | (i) |
| (C) | (iii) | (i) | (ii) |
| (D) | (i) | (iii) | (ii) |

14. अभिसरण के प्रान्त के साथ श्रेणियों को सुमेलित कीजिए :

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)x^{2n}}{n!}$ (i) $(-1, 1)$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n+1}}$ (ii) $(-\infty, \infty)$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ (iii) $(-2, 2)$

सही उत्तर चुनें।

- | | | | |
|-----|-------|-------|------|
| | (a) | (b) | (c) |
| (A) | (ii) | (iii) | (i) |
| (B) | (iii) | (i) | (ii) |
| (C) | (i) | (iii) | (ii) |
| (D) | (iii) | (ii) | (i) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

20. Let $I = (-1, 1)$

$$f(x) = e^x, x \in I$$

$$g(x) = x^2 + 2, x \in I$$

$$h(x) = x^3, x \in I$$

- (A) f, g and h are monotonic on I
(B) Only f and g are monotonic on I
(C) Only f is monotonic on I
(D) Only f and h are monotonic on I

20. माना कि $I = (-1, 1)$

$$f(x) = e^x, x \in I$$

$$g(x) = x^2 + 2, x \in I$$

$$h(x) = x^3, x \in I$$

- (A) f, g और h, I पर मोनोटोनिक होंगे।
(B) केवल f और g, I पर मोनोटोनिक होंगे।
(C) केवल f, I पर मोनोटोनिक होंगे।
(D) केवल f और h, I पर मोनोटोनिक होंगे।

21. If A and B are 3×3 real matrices with $\text{rank}(AB) = 1$, then $\text{rank}(BA)$ cannot be :

- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3

21. यदि कोटि $(AB) = 1$ वाले A तथा B दो 3×3 वास्तविक आव्यूह हों, तब कोटि (BA) नहीं हो सकता है :

- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3

22. Let A be the $n \times n$ matrix ($n \geq 2$), whose $(i, j)^{\text{th}}$ entry is $i + j$ for all $i, j = 1, 2, \dots, n$. Then the rank of $A =$

- (A) 2
(B) 1
(C) n
(D) $n - 1$

22. माना A ($n \geq 2$) $n \times n$ आव्यूह है, जिसका $(i, j)^{\text{th}}$ प्रविष्टि $i + j$ है सभी $i, j = 1, 2, \dots, n$ । तब A का कोटि =

- (A) 2
(B) 1
(C) n
(D) $n - 1$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

23. Which of the following is/are correct ?

- (a) There exists a basis for each finite dimensional vector space.
 (b) $\{(1, 1, 2), (1, 2, 5), (5, 3, 4)\}$ is a basis of R^3
 (c) $\{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (1, -1, 2)\}$ spans R^3

Choose the correct answer.

- (A) (a), (b)
 (B) (b), (c)
 (C) (a), (c)
 (D) (a), (b), (c)

24. Match the following :

- (a) If A is a non - zero $1 \times n$ real matrix, then $\rho(A' A) =$ (i) 2
 (b) If $A = (a_{ij})$ is a 3×3 matrix, where $a_{ij} = \max\{i, j\}$, then $|A| =$ (ii) 1
 (c) If $A = (a_{ij})$ is a 2017×2017 matrix, where $a_{ij} = i + j$ for all $i, j = 1, 2, \dots, 2017$, then $\rho(A) =$ (iii) 3

Choose the correct answer.

- (a) (b) (c)
 (A) (i) (iii) (ii)
 (B) (ii) (iii) (i)
 (C) (iii) (i) (ii)
 (D) (ii) (i) (iii)

23. निम्न में से कौन सही हैं ?

- (a) प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि के एक आधार का अस्तित्व होता है।
 (b) $\{(1, 1, 2), (1, 2, 5), (5, 3, 4)\}$, R^3 का एक आधार है।
 (c) $\{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (1, -1, 2)\}$, R^3 को विस्तृत करता है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) (a), (b)
 (B) (b), (c)
 (C) (a), (c)
 (D) (a), (b), (c)

24. निम्न को सुमेलित कीजिए :

- (a) यदि A एक $1 \times n$ शून्येतर वास्तविक आव्यूह है, तब $\rho(A' A) =$ (i) 2
 (b) यदि $A = (a_{ij})$ एक 3×3 आव्यूह है, जहाँ $a_{ij} = \max\{i, j\}$, तब $|A| =$ (ii) 1
 (c) यदि $A = (a_{ij})$ एक 2017×2017 आव्यूह है, जहाँ $a_{ij} = i + j$ प्रत्येक $i, j = 1, 2, \dots, 2017$, के लिए, तब $\rho(A) =$ (iii) 3

सही उत्तर चुनें।

- (a) (b) (c)
 (A) (i) (iii) (ii)
 (B) (ii) (iii) (i)
 (C) (iii) (i) (ii)
 (D) (ii) (i) (iii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

25. Match the following :

(a) The map $L : V_{n \times n} \rightarrow V_{n \times n}$ (i) $\frac{n(n+1)}{2}$

$V_{n \times n}$ given by

$$L(A) = \frac{A + A'}{2},$$

then nullity of $L =$

(b) The map $L : V_{n \times n} \rightarrow V_{n \times n}$ (ii) $\frac{n(1-n)}{2}$

$V_{n \times n}$ given by

$$L(A) = \frac{A - A'}{2},$$

then nullity of $L =$

(c) The map $L : V_{n \times n} \rightarrow V_{n \times n}$ (iii) $\frac{n(n-1)}{2}$

$V_{n \times n}$ given by

$$L(A) = \frac{A + A'}{2},$$

then rank of $L =$

Choose the correct answer.

(a) (b) (c)

(A) (i) (ii) (iii)

(B) (ii) (iii) (i)

(C) (iii) (i) (ii)

(D) (ii) (i) (iii)

25. निम्न को सुमेलित कीजिए :

(a) $L : V_{n \times n} \rightarrow V_{n \times n}$, (i) $\frac{n(n+1)}{2}$

$$L(A) = \frac{A + A'}{2},$$

द्वारा दिया गया प्रतिचित्रण

है, तब L की शून्यता =

(b) $L : V_{n \times n} \rightarrow V_{n \times n}$ (ii) $\frac{n(1-n)}{2}$

$$L(A) = \frac{A - A'}{2}$$

द्वारा दिया गया प्रतिचित्रण

है, तब L की शून्यता =

(c) $L : V_{n \times n} \rightarrow V_{n \times n}$ (iii) $\frac{n(n-1)}{2}$

$$L(A) = \frac{A + A'}{2},$$

द्वारा दिया गया प्रतिचित्रण है,

तब L की कोटि =

सही उत्तर चुनें।

(a) (b) (c)

(A) (i) (ii) (iii)

(B) (ii) (iii) (i)

(C) (iii) (i) (ii)

(D) (ii) (i) (iii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

26. Determine sequence of the following :

- (a) $T \in L(U)$ where $L(U)$ is the space of all linear maps from $U(F)$ into itself.
- (b) $C_1 u_1 + \dots + C_m u_m = 0 \Rightarrow C_1 = \dots = C_m = 0$
- (c) $T[\lambda_1 u_1, \dots, \lambda_m u_m] = Tu, u \in U$
- (d) $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ are distinct eigen values corresponding to which u_1, \dots, u_m are eigen vectors.

Choose the correct answer.

- (A) (a), (b), (c), (d)
- (B) (a), (d), (b), (c)
- (C) (a), (c), (b), (d)
- (D) (a), (d), (c), (b)

26. निम्न के क्रम का निर्धारण कीजिए :

- (a) $T \in L(U)$ जहाँ $L(U)$, $U(F)$ से स्वयं सभी रैखिक प्रतिचित्रणों का समष्टि है।
- (b) $C_1 u_1 + \dots + C_m u_m = 0 \Rightarrow C_1 = \dots = C_m = 0$
- (c) $T[\lambda_1 u_1, \dots, \lambda_m u_m] = Tu, u \in U$
- (d) $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ आइगेन मानों के संगत u_1, \dots, u_m आइगेन सदिश हैं।

सही उत्तर चुनें।

- (A) (a), (b), (c), (d)
- (B) (a), (d), (b), (c)
- (C) (a), (c), (b), (d)
- (D) (a), (d), (c), (b)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

27. If $V(F)$ is a vector space of all polynomials in x in which inner product is defined by

$$(p, q) = \int_0^1 p(x) q(x) dx, \text{ where } p = p(x), q = q(x) \in V, \text{ then } \|p\| =$$

(A) $\int_0^1 p(x)^2 dx$

(B) $\int_0^1 \sqrt{p(x)} dx$

(C) $\left(\int_0^1 p(x)^2 dx\right)^{\frac{1}{2}}$

(D) None of above

Consider following and answer questions
From 28 to 31 :

The system of equations

$$1x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = b_1$$

$$2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 12x_4 = b_2$$

$$3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 13x_4 = b_3$$

is represented in the matrix form $AX = B$.

28. $AX = B$ has a solution if

(A) $b_1 + b_2 + b_3 = 0$

(B) $b_1 + b_3 - b_2 = 0$

(C) $b_3 + b_2 + 5b_1 = 0$

(D) $b_3 + b_2 - 5b_1 = 0$

27. यदि $V(F)$, x में बहुपदों का एक सदिश समष्टि है जिसमें आंतर गुणनफल

$$(p, q) = \int_0^1 p(x) q(x) dx \text{ द्वारा परिभाषित है, जहाँ } p = p(x), q = q(x) \in V, \text{ तब } \|p\| =$$

(A) $\int_0^1 p(x)^2 dx$

(B) $\int_0^1 \sqrt{p(x)} dx$

(C) $\left(\int_0^1 p(x)^2 dx\right)^{\frac{1}{2}}$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

निम्न पर विचार कीजिए तथा 28 से 31 तक के प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

समीकरणों के निकाय

$$1x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = b_1$$

$$2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 12x_4 = b_2$$

$$3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 13x_4 = b_3$$

को आव्यूह रूप में $AX = B$ से व्यक्त किया गया है।

28. $AX = B$ का एक हल है यदि

(A) $b_1 + b_2 + b_3 = 0$

(B) $b_1 + b_3 - b_2 = 0$

(C) $b_3 + b_2 + 5b_1 = 0$

(D) $b_3 + b_2 - 5b_1 = 0$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

29. The column space of A is the plane containing all combinations of the pivot columns :

(A) $(1, 2, 3)$ and $(3, 8, 7)$

(B) $(0, 1, 2)$ and $(0, 7, 8)$

(C) $(2, 3, 1)$ and $(8, 7, 3)$

(D) $(0, 3, 1)$ and $(0, 7, 3)$

29. A का स्तम्भ समष्टि है वह समतल जो निम्न पायक स्तम्भों के सभी रैखिक संघों को रखता है :

(A) $(1, 2, 3)$ तथा $(3, 8, 7)$

(B) $(0, 1, 2)$ तथा $(0, 7, 8)$

(C) $(2, 3, 1)$ तथा $(8, 7, 3)$

(D) $(0, 3, 1)$ तथा $(0, 7, 3)$

30. The special solutions in the null space N have free variables :

(A) $x_2=1, x_4=0$ and $x_2=0, x_4=1$

(B) $x_1=1, x_3=0$ and $x_1=0, x_3=1$

(C) $x_3=0, x_4=1$ and $x_3=1, x_4=0$

(D) $x_4=1, x_1=0$ and $x_4=0, x_1=1$

30. शून्य समष्टि N में विशेष हलों के मुक्त चर हैं :

(A) $x_2=1, x_4=0$ तथा $x_2=0, x_4=1$

(B) $x_1=1, x_3=0$ तथा $x_1=0, x_3=1$

(C) $x_3=0, x_4=1$ तथा $x_3=1, x_4=0$

(D) $x_4=1, x_1=0$ तथा $x_4=0, x_1=1$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

31. A particular solution to $AX = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ is :

(A) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

31. $AX = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ का विशिष्ट हल है :

(A) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

32. The union of two vector subspaces of the same vector space $V(F)$ is a vector subspace of $V(F)$. This statement is :

- (A) always true
 (B) always false
 (C) conditionally true, when any one of them is contained in other
 (D) None of above

32. किसी सदिश समष्टि $V(F)$ की कोई दो सदिश उपसमष्टियों का संघ भी $V(F)$ की सदिश उपसमष्टि होता है। यह कथन :

- (A) हमेशा सत्य है।
 (B) हमेशा असत्य है।
 (C) प्रतिबंधित: सत्य है, जबकि उनमें से कोई एक दूसरे में अंतरविष्ट है।
 (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

33. Let W_1 and W_2 be any two vector subspaces of the same vector space $V(F)$, such that their linear sum i.e. $W_1 + W_2 = V$, then their direct sum $W_1 \oplus W_2$ is also V if and only if :
- (A) W_1 and W_2 are disjoint
 (B) $W_1 \cap W_2 = \{\bar{0}\}$
 (C) $W_1 \cap W_2 = W_1$
 (D) $W_1 \cap W_2 = V$
34. If A is a matrix of order 3×4 , whose rank is 2. Then the rank of $A^t A$ is :
 (Where A^t is the transpose matrix of A)
 (A) 12
 (B) 06
 (C) 04
 (D) 02
35. For any non-empty subset B of a finite dimensional vector space $V(F)$ to form the basis of $V(F)$ necessarily :
- (a) B is a subspace of $V(F)$
 (b) B is linearly independent
 (c) B is linearly dependent
 (d) B generates whole of V
 Choose the correct answer.
 (A) (a), (b) and (c)
 (B) (a), (c) and (d)
 (C) (a) and (c)
 (D) (b) and (d)
33. यदि W_1 एवं W_2 किसी समान सदिश समष्टि $V(F)$ की कोई दो सदिश उपसमष्टियाँ हैं इस प्रकार कि उनका रेखीय योग अर्थात् $W_1 + W_2 = V$, तब उनका सीधा योग $W_1 \oplus W_2$ भी V होगा तब और केवल तब जबकि :
- (A) W_1 एवं W_2 असंयुक्त हैं।
 (B) $W_1 \cap W_2 = \{\bar{0}\}$
 (C) $W_1 \cap W_2 = W_1$
 (D) $W_1 \cap W_2 = V$
34. यदि A , कोई आव्यूह है जिसकी कोटि 3×4 है, जिसकी जाति 2 है। तब $A^t A$ की जाति है :
 (जहाँ A^t , A का परिवर्त आव्यूह है)
 (A) 12
 (B) 06
 (C) 04
 (D) 02
35. किसी परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का कोई अरिक्त उपसमुच्चय B , $V(F)$ का आधार निर्मित करे इसके लिये आवश्यक है :
- (a) B , $V(F)$ का उपसमुच्चय हो।
 (b) B , रैखिकतः स्वतंत्र हो।
 (c) B , रैखिकतः परतंत्र हो।
 (d) B , संपूर्ण V को जनित करे।
 सही उत्तर चुनें।
 (A) (a), (b) एवं (c)
 (B) (a), (c) एवं (d)
 (C) (a) एवं (c)
 (D) (b) एवं (d)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

44. Consider $F : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ defined as $F(x, y) = (3x + 4y, 2x - 5y)$. Let $f_1 = (1, 2)$ and $f_2 = (2, 3)$ be two independent vectors of \mathbf{R}^2 . Find the matrix representing the operator F relative to (f_1, f_2) basis.

(A) $\begin{pmatrix} -49 & 30 \\ -76 & 47 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} -49 & -76 \\ 30 & 47 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} +49 & 76 \\ -30 & -47 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 49 & -76 \\ 30 & -47 \end{pmatrix}$

45. Minimum polynomial of a matrix A is $x(x-5)(x-6)$

Then :

(a) A is 3×3 matrix

(b) A is diagonalizable

(c) A is triangulable

(d) A is invertible

Choose the correct answer.

(A) all statements are correct

(B) only (a), (b) and (c) are correct

(C) only (b) and (c) are correct

(D) (a), (b), (c) and (d) are wrong

44. एक फलन : $F : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ $F(x, y) = (3x + 4y, 2x - 5y)$ के रूप में परिभाषित है। माना कि $f_1 = (1, 2)$ और $f_2 = (2, 3)$, \mathbf{R}^2 पर स्वतंत्र सदिश हैं। (f_1, f_2) के सापेक्ष ऑपरेटर F निरूपित करने वाले आव्यूह ज्ञात कीजिए।

(A) $\begin{pmatrix} -49 & 30 \\ -76 & 47 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} -49 & -76 \\ 30 & 47 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} +49 & 76 \\ -30 & -47 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 49 & -76 \\ 30 & -47 \end{pmatrix}$

45. आव्यूह A का न्यूनतम बहुपद, $x(x-5)(x-6)$ है,

तब :

(a) A , 3×3 आव्यूह है

(b) A , विकर्णीय है

(c) A , त्रिकोणीय है

(d) A , व्युत्क्रमणीय है

सही उत्तर चुनें।

(A) सभी कथन सही हैं

(B) केवल (a), (b) और (c) सही हैं

(C) केवल (b) और (c) सही हैं

(D) (a), (b), (c) और (d) गलत है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

PART - II (A)
(MATHEMATICS GROUP)

भाग - II (A)
(गणित समूह)

46. The bilinear transformation

$$w(z) = i \frac{1-z}{1+z} \text{ maps :}$$

- (A) $-1, 0, 1$ onto $0, i, \infty$.
 (B) $i, 1, -1$ onto $1, 0, \infty$.
 (C) both (A) and (B) are true.
 (D) neither (A) nor (B) is true.

47. Let $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$. Then,

- (A) $f'(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$ and $f(z)$ is analytic for all finite values of z .
 (B) $f'(z) = \frac{2}{(1-z)^2}$ and $f(z)$ is analytic for all finite values of z .
 (C) $f'(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$ and $f(z)$ is analytic for all finite values of z except at $z=1$.
 (D) $f'(z) = \frac{2}{(1-z)^2}$ and $f(z)$ is analytic for all values of z except at $z=1$.

46. द्विरैखिक रूपांतरण $w(z) = i \frac{1-z}{1+z}$ चित्रित करता

है :

- (A) $-1, 0, 1$ आच्छादन $0, i, \infty$
 (B) $i, 1, -1$ आच्छादन $1, 0, \infty$
 (C) (A) और (B) सत्य हैं।
 (D) न तो (A) न ही (B) सत्य है।

47. माना कि $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$ तब,

- (A) $f'(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$ तथा $f(z)$, z के सभी परिमित मानों के लिए एनालिटिक है।
 (B) $f'(z) = \frac{2}{(1-z)^2}$ तथा $f(z)$, z के सभी परिमित मानों के लिए एनालिटिक है।
 (C) $f'(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$ तथा $f(z)$, z के सभी परिमित मानों के लिए वैश्लेषिक है सिवाय $z=1$ पर।
 (D) $f'(z) = \frac{2}{(1-z)^2}$ तथा $f(z)$, z के सभी परिमित मानों के लिए वैश्लेषिक है सिवाय $z=1$ पर।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

48. Match the following :

48. निम्न का मिलन कीजिए :

- (a) Taylor series expansion of $f(z) = \ln(1+z)$ about $z=0$ is
- (i) $\frac{1}{3!} - \frac{z^2}{5!} + \frac{z^4}{7!} - \frac{z^6}{9!} + \dots$
- (b) Taylor series expansion of $f(z) = \ln(1-z)$ about $z=0$ is
- (ii) $2\left(z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \dots\right)$
- (c) Taylor series expansion of $f(z) = \ln \frac{1+z}{1-z}$ about $z=0$ is
- (iii) $-z - \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} - \frac{z^5}{5} - \dots$
- (d) Laurent series expansion of $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3}$ about $z=0$ is
- (iv) $z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^5}{5} - \dots$

- (a) $z=0$ के आस-पास $f(z) = \ln(1+z)$ का टेलर श्रेणी विस्तार है।
- (i) $\frac{1}{3!} - \frac{z^2}{5!} + \frac{z^4}{7!} - \frac{z^6}{9!} + \dots$

- (b) $z=0$ के आस-पास $f(z) = \ln(1-z)$ का टेलर श्रेणी विस्तार है।
- (ii) $2\left(z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \dots\right)$

- (c) $z=0$ के आस-पास $f(z) = \ln \frac{1+z}{1-z}$ का टेलर श्रेणी विस्तार है।
- (iii) $-z - \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} - \frac{z^5}{5} - \dots$

- (d) $z=0$ के आस-पास $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3}$ का लॉरेंट श्रेणी विस्तार है।
- (iv) $z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^5}{5} - \dots$

Choose the correct answer.

सही उत्तर चुनें।

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (iv) (i) (ii) (iii)
- (B) (iv) (iii) (ii) (i)
- (C) (iii) (iv) (i) (ii)
- (D) (ii) (iii) (iv) (i)

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (iv) (i) (ii) (iii)
- (B) (iv) (iii) (ii) (i)
- (C) (iii) (iv) (i) (ii)
- (D) (ii) (iii) (iv) (i)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

49. The value of the integral $\int_0^{\infty} \frac{x \sin mx}{a^2+x^2} dx$

is :

- (A) πe^{-ma}
 (B) $\frac{\pi}{2} e^{-ma}$
 (C) $\frac{\pi}{4} e^{-ma}$
 (D) $\frac{\pi}{8} e^{-ma}$

49. समाकलन $\int_0^{\infty} \frac{x \sin mx}{a^2+x^2} dx$ का मान है :

- (A) πe^{-ma}
 (B) $\frac{\pi}{2} e^{-ma}$
 (C) $\frac{\pi}{4} e^{-ma}$
 (D) $\frac{\pi}{8} e^{-ma}$

50. Let $u(x, y)$ be a Harmonic function then :

- (A) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} \neq 0$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
 (B) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
 (C) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} \neq 0$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \neq 0$
 (D) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \neq 0$

50. माना कि $u(x, y)$ एक हारमोनिक फलन है, तब :

- (A) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} \neq 0$ तथा $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
 (B) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ तथा $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
 (C) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} \neq 0$ तथा $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \neq 0$
 (D) $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ तथा $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \neq 0$

51. The number of conjugacy classes in the permutation group S_6 is :

- (A) 11
 (B) 10
 (C) 08
 (D) 06

51. क्रमचय समूह S_6 में संयुग्मी कक्षाओं की संख्या होती है :

- (A) 11
 (B) 10
 (C) 08
 (D) 06

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

52. Consider the following algebraic structures :

- (a) Integral domain
- (b) Ring
- (c) Additive abelian group
- (d) Field

Put above in such a sequence so that each structure coming later is a part of previous once.

Right sequence is :

- (A) (a), (b), (c), (d)
- (B) (b), (d), (a), (c)
- (C) (d), (a), (b), (c)
- (D) (c), (a), (d), (b)

53. If $G(C/R)$ is the group of R -automorphisms of C , then which of the following is/are correct :

- (a) $|G(C/R)| = 2$
- (b) $\sigma \in G(C/R)$, then $\sigma(a + ib) = a \pm ib$
- (c) $\sigma(i) = \pm i$, $\sigma \in G(C/R)$

Choose the correct answer.

- (A) (a) and (b) only
- (B) (a) and (c) only
- (C) (b) and (c) only
- (D) (a), (b), (c)

54. If $a, b \in E$ are algebraic over F and $\left| \begin{matrix} E \\ F \end{matrix} \right|$, then which of the following is/are correct ?

- (a) $a \pm b$ are algebraic over F .
- (b) ab is algebraic over F .
- (c) ab^{-1} is transcendental over F .

Choose the correct answer.

- (A) (a) and (b) only
- (B) (a) and (c) only
- (C) (b) and (c) only
- (D) (a), (b), (c)

52. निम्न बीजीय संरचनाओं पर विचार कीजिये :

- (a) पूर्णांकिय प्रांत
- (b) वलय
- (c) योज्य के सापेक्ष आबेली समूह
- (d) क्षेत्र

उपरोक्त को ऐसे अनुक्रम में रखें कि प्रत्येक बाद आने वाली संरचना पूर्व संरचना का एक भाग हो।

सही क्रम है :

- (A) (a), (b), (c), (d)
- (B) (b), (d), (a), (c)
- (C) (d), (a), (b), (c)
- (D) (c), (a), (d), (b)

53. यदि $G(C/R)$, C के R -स्वाकारिताओं का एक समूह है, तब निम्न में से कौन सही है ?

- (a) $|G(C/R)| = 2$
- (b) $\sigma \in G(C/R)$, तब $\sigma(a + ib) = a \pm ib$
- (c) $\sigma(i) = \pm i$, $\sigma \in G(C/R)$

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a) तथा (b)
- (B) केवल (a) तथा (c)
- (C) केवल (b) तथा (c)
- (D) (a), (b), (c)

54. यदि $a, b \in E$, F के ऊपर बीजीय हैं तथा $\left| \begin{matrix} E \\ F \end{matrix} \right|$, तब निम्न में से कौन सही हैं ?

- (a) $a \pm b$, F के ऊपर बीजीय हैं।
- (b) ab , F के ऊपर बीजीय है।
- (c) ab^{-1} , F के ऊपर अबीजीय है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a) तथा (b)
- (B) केवल (a) तथा (c)
- (C) केवल (b) तथा (c)
- (D) (a), (b), (c)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

55. Match the following :

- | | |
|---|---|
| (a) A semigroup G is a group iff | (i) $ab = ac \Rightarrow b = c$ and $ba = ca \Rightarrow b = c$ for all $a, b, c \in G$. |
| (b) A finite semigroup G is a group iff | (ii) $ax = b$ and $ya = b$ have a solution for all $a, b \in G$. |
| (c) A group G is abelian iff | (iii) $(a.b)^i = a^i.b^i$ for three consecutive integers i and for all $a, b \in G$. |

Choose the correct answer.

- | | | |
|-----|-------|------------|
| (a) | (b) | (c) |
| (A) | (ii) | (iii) (i) |
| (B) | (i) | (ii) (iii) |
| (C) | (iii) | (i) (ii) |
| (D) | (ii) | (i) (iii) |

55. निम्न को सुमेलित कीजिए :

- | | |
|--|---|
| (a) एक अर्द्ध समूह G एक समूह है यदि और केवल यदि | (i) $ab = ac \Rightarrow b = c$ तथा $ba = ca \Rightarrow b = c$ प्रत्येक $a, b, c \in G$ के लिए |
| (b) एक परिमित अर्द्धसमूह G एक समूह होता है यदि और केवल यदि | (ii) $ax = b$ तथा $ya = b$ का एक हल है सभी $a, b \in G$ के लिए |
| (c) एक समूह G आबेली होता है यदि और केवल यदि | (iii) $(a.b)^i = a^i.b^i$ प्रत्येक तीन क्रमागत पूर्णांक i के लिए तथा प्रत्येक $a, b \in G$ के लिए |

सही उत्तर चुनें।

- | | | |
|-----|-------|------------|
| (a) | (b) | (c) |
| (A) | (ii) | (iii) (i) |
| (B) | (i) | (ii) (iii) |
| (C) | (iii) | (i) (ii) |
| (D) | (ii) | (i) (iii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

59. Which of the following is/are correct ?

- (a) The Cantor's set C is totally disconnected.
- (b) Metrisability is a countably productive topology.
- (c) Lindelöf property is not countably additive

Choose the correct answer.

- (A) (a) and (c) only
- (B) (b) and (c) only
- (C) (a) and (b) only
- (D) (a), (b), (c)

60. A : R^w is not connected in the box topology.

R : If $\bar{a} \in R^w$, the open set $U = (a_1 - 1, a_1 + 1) \times (a_2 - 1, a_2 + 1) \times \dots$ consists entirely of bounded and unbounded sequences whenever \bar{a} is bounded and unbounded respectively.

Choose the most appropriate answer :

- (A) R is not the reason of A.
- (B) R is the reason of A.
- (C) A and R are independent.
- (D) R partially explains A.

59. निम्न में से कौन सा सही है ?

- (a) कैंटर का समुच्चय C पूर्णतः असम्बद्ध
- (b) दूरिकता एक गणनीय गुणन टोपोलोजी है
- (c) लिण्डलूफ गुणधर्म गणनीय योज्य नहीं है

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a) तथा (c)
- (B) केवल (b) तथा (c)
- (C) केवल (a) तथा (b)
- (D) (a), (b), (c)

60. A : बॉक्स टोपोलोजी में R^w सम्बद्ध नहीं है।

R : यदि $\bar{a} \in R^w$, विवृत समुच्चय $U = (a_1 - 1, a_1 + 1) \times (a_2 - 1, a_2 + 1) \times \dots$ धारित करता है सभी परिबद्ध तथा अपरिबद्ध अनुक्रमों को जब भी \bar{a} , क्रम परिबद्ध अथवा अपरिबद्ध है।

सबसे उपयुक्त उत्तर चुनिए :

- (A) R, A का कारण नहीं है।
- (B) R, A का कारण है।
- (C) A तथा R स्वतंत्र है।
- (D) R, A का आंशिक वर्णन करता है।

61. Euler Lagrange equation reduces to :

- (a) $f - y' \frac{\partial f}{\partial y'} = c$ (i) when f is independent of x and y
- (b) $\frac{\partial f}{\partial y'} = c$ (ii) when f is independent of y'
- (c) $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ (iii) when f is independent of y
- (d) $y'' \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = 0$ (iv) when f is independent of x

Choose the correct answer.

- | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (iv) | (iii) | (ii) | (i) |
| (B) | (iv) | (ii) | (iii) | (i) |
| (C) | (iii) | (iv) | (ii) | (i) |
| (D) | (ii) | (iv) | (i) | (iii) |

62. The extremal of the functional

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt \text{ is :}$$

- (A) $ax + b$
- (B) $(ax + b)^2$
- (C) $ax^2 + b$
- (D) $(ax^2 + b)^2$

61. यूलर - लैग्रांज समीकरण, समानयन इसमें होता है :

- (a) $f - y' \frac{\partial f}{\partial y'} = c$ (i) जब f, x तथा y से स्वतंत्र होता है।
- (b) $\frac{\partial f}{\partial y'} = c$ (ii) जब f, y' से स्वतंत्र होता है।
- (c) $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ (iii) f, y से स्वतंत्र होता है।
- (d) $y'' \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = 0$ (iv) जब f, x से स्वतंत्र होता है।

सही उत्तर चुनें।

- | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (iv) | (iii) | (ii) | (i) |
| (B) | (iv) | (ii) | (iii) | (i) |
| (C) | (iii) | (iv) | (ii) | (i) |
| (D) | (ii) | (iv) | (i) | (iii) |

62. फलनक, $\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt$ का चरम है :

- (A) $ax + b$
- (B) $(ax + b)^2$
- (C) $ax^2 + b$
- (D) $(ax^2 + b)^2$

63. The necessary condition to find extremals of a functional by means of Euler's equation is applicable to :

- (a) Functional with one variable
- (b) Functional with several variables
- (c) Functional with one variable and once continuously differentiable
- (d) Functional with several variables and n-times continuously differentiable

Choose the correct answer.

- (A) (a) and (b) only
- (B) (c) and (d) only
- (C) (a) and (b) are true but not (c) and (d)
- (D) (a), (b), (c) and (d) in all.

64. Using Laplace transform method, a possible solution of the integral equation

$$u(x) = x^2 + \int_0^x \sin(x-t) u(t) dt \text{ is :}$$

- (A) $u(x) = x^2 + \frac{x^4}{12}$
- (B) $u(x) = x^2 - \frac{x^4}{12}$
- (C) $u(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{x^4}{4}$
- (D) $u(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^4}{4}$

63. यूजर समीकरण के माध्यम से, फलनक का चर ज्ञात करने के लिए अनिवार्य शर्त इन पर लागू हो है :

- (a) एक चर वाले फलनक
- (b) कई चरों वाले फलनक
- (c) एक चर, तथा एक बार लगातार अवकलित होने वाले फलनक
- (d) कई चरों तथा n-बार लगातार अवकलित होने वाले फलनक

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a) और (b)
- (B) केवल (c) और (d)
- (C) (a) और (b) सत्य हैं परन्तु (c) और (d) नहीं
- (D) (a), (b), (c) और (d) सभी में

64. समाकल समीकरण

$$u(x) = x^2 + \int_0^x \sin(x-t) u(t) dt \text{ का, लाप्लास}$$

रूपांतरण विधि से संभावित हल है :

- (A) $u(x) = x^2 + \frac{x^4}{12}$
- (B) $u(x) = x^2 - \frac{x^4}{12}$
- (C) $u(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{x^4}{4}$
- (D) $u(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^4}{4}$

65. In the following match the functionals with their corresponding Euler's equations :

(a) $I[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx$ (i) $y'' = 0$

(b) $I[y(x)] = \int_a^b \frac{1+y^2}{y^2} dx$ (ii) $8y' = x + 2y$

(c) $I[y(x)] = \int_0^1 (x+2y + \frac{1}{2}y^2) dx$ (iii) $(1+y^2)y'' - yy'^2 = 0$

(d) $I[y(x)] = \int_a^b (1+y^2)^{\frac{1}{2}} dx$ (iv) $y'' = 2$

Choose the correct answer.

- | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (ii) | (iii) | (iv) | (i) |
| (B) | (i) | (ii) | (iv) | (iii) |
| (C) | (iii) | (iv) | (i) | (ii) |
| (D) | (iv) | (i) | (iii) | (ii) |

66. For the integral equation :

$$y(x) = \sin x + 2 \int_0^x e^{x-t} y(t) dt$$

- (A) $k_1(x, t) = e^{x-t}$ and
 $k_2(x, t) = -(x-t) e^{x-t}$
- (B) $k_2(x, t) = (x-t) e^{x-t}$ and
 $k_3(x, t) = -\frac{(x-t)^2}{2!} e^{x-t}$
- (C) $k_3(x, t) = \frac{(x-t)^2}{2!} e^{x-t}$ and
 $k_4(x, t) = -\frac{(x-t)^3}{3!} e^{x-t}$
- (D) $k_4(x, t) = \frac{(x-t)^3}{3!} e^{x-t}$ and
 $R(x, t; \lambda) = e^{3(x-t)}$

65. निम्न मिलान में, फलनों तथा उनके संगत यूल समीकरणों को प्रस्तुत किया गया है।

(a) $I[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx$ (i) $y'' = 0$

(b) $I[y(x)] = \int_a^b \frac{1+y^2}{y^2} dx$ (ii) $8y' = x + 2y$

(c) $I[y(x)] = \int_0^1 (x+2y + \frac{1}{2}y^2) dx$ (iii) $(1+y^2)y'' - yy'^2 = 0$

(d) $I[y(x)] = \int_a^b (1+y^2)^{\frac{1}{2}} dx$ (iv) $y'' = 2$

सही उत्तर चुनें।

- | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (ii) | (iii) | (iv) | (i) |
| (B) | (i) | (ii) | (iv) | (iii) |
| (C) | (iii) | (iv) | (i) | (ii) |
| (D) | (iv) | (i) | (iii) | (ii) |

66. समाकल समीकरण :

$$y(x) = \sin x + 2 \int_0^x e^{x-t} y(t) dt \text{ के लिए होगा :}$$

- (A) $k_1(x, t) = e^{x-t}$ और
 $k_2(x, t) = -(x-t) e^{x-t}$
- (B) $k_2(x, t) = (x-t) e^{x-t}$ और
 $k_3(x, t) = -\frac{(x-t)^2}{2!} e^{x-t}$
- (C) $k_3(x, t) = \frac{(x-t)^2}{2!} e^{x-t}$ और
 $k_4(x, t) = -\frac{(x-t)^3}{3!} e^{x-t}$
- (D) $k_4(x, t) = \frac{(x-t)^3}{3!} e^{x-t}$ और
 $R(x, t; \lambda) = e^{3(x-t)}$

74. Let y_1 and y_2 be any two solutions of $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$. (E)

(A) : y_1 and y_2 are linearly dependent if and only if $W[y_1, y_2] = 0$.

(R) : Linearly independent solutions of (E) form a 2 - dimensional vector space.

Then choose the correct answer from below :

(A) (A) \Rightarrow (R)

(B) (R) \Rightarrow (A)

(C) (R) \equiv (A)

(D) (R) is not the correct reason of (A)

75. Let $P_n(t)$ be the Legendre's polynomial of the Legendre's differential equation. Then find the correct ordering of the following polynomials for $n=0, 1, 2, 3$.

(A) $0, 1, t, t^2$

(B) $1, t, t^2, \frac{t^3}{2}$

(C) $0, 1, t, \frac{1}{2}(3t^2 - 1)$

(D) $1, t, \frac{1}{2}(3t^2 - 1)$ and $\frac{1}{2}(5t^3 - 3t)$

74. माना कि y_1 और y_2 , $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$. (E) का कोई दो हल

(A) : y_1 एवं y_2 रैखीय रूप से आश्रित होंगे, यदि और केवल यदि $W[y_1, y_2] = 0$ हो।

(R) : 2 - विमीय सदिश समष्टि से (E) का हल रैखीय रूप से स्वतंत्र हो।

निम्न से सही उत्तर चुनिए :

(A) (A) \Rightarrow (R)

(B) (R) \Rightarrow (A)

(C) (R) \equiv (A)

(D) (R), (A) का सही कारण नहीं है।

75. मान लीजिए कि $P_n(t)$ लिजेंडर का अवकल समीकरण का एक लिजेंडर बहुपद है। $n=0, 1, 2, 3$ बहुपदों के लिए सही क्रम ज्ञात कीजिए।

(A) $0, 1, t, t^2$

(B) $1, t, t^2, \frac{t^3}{2}$

(C) $0, 1, t, \frac{1}{2}(3t^2 - 1)$

(D) $1, t, \frac{1}{2}(3t^2 - 1)$ और $\frac{1}{2}(5t^3 - 3t)$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

PART - II (B)
(STATISTICS GROUP)

भाग - II (B)
(सांख्यिकी समूह)

46. To conduct a survey for a research-project, a researcher should get prepare one-by-one for data collection and analysis of data by using some statistical Tool or testing of hypothesis and give the concluding result.

- (a) Prepare Questionnaire according to the objective of the project
- (b) Choose the field-area and collect the data
- (c) Classify and tabulate the data which are required for analysis
- (d) Choose the statistical test, Statistics /Method for statistical analysis
- (e) Draw the conclusion under some given conditions.

Choose the **correct** sequence :

- (A) (a) (c) (d) (b) (e)
- (B) (a) (b) (c) (d) (e)
- (C) (a) (b) (d) (c) (e)
- (D) (a) (b) (e) (c) (d)

46. रिसर्चर को रिसर्च-प्रोजेक्ट के सर्वेक्षण के लिए कुछ स्टैटिस्टिकल टूल अथवा हाइपोथेसिस के परीक्षण के उपयोग से डाटा कलेक्शन एवं डाटा विश्लेषण के लिए एक-एक करके तैयारी करना चाहिए एवं निर्णानायक परिणाम देना चाहिए।

- (a) प्रोजेक्ट के उद्देश्यानुसार प्रश्नावली (क्वेश्चनर) तैयार करना
- (b) फील्ड-एरिया का चुनाव और डाटा संग्रहण करना
- (c) विश्लेषण के आवश्यक डाटा को वर्गीकृत एवं सारणीकृत करना
- (d) स्टैटिस्टिकल विश्लेषण के लिए, स्टैटिस्टिकल परीक्षण, स्टैटिस्टिक्स/मैथड का चुनाव करना
- (e) कुछ दिए गए शर्तों के अंतर्गत निष्कर्ष निकालना।

सही अनुक्रम चुनिए :

- (A) (a) (c) (d) (b) (e)
- (B) (a) (b) (c) (d) (e)
- (C) (a) (b) (d) (c) (e)
- (D) (a) (b) (e) (c) (d)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

47. Whenever we want to compare the variability of the two series which differ widely in their averages or which are measured in different units, then we do not compute 'measure of dispersion'.

For the following data which are 'scores of two golfers' for 10 rounds are.

Golfer A : 74 75 78 72 77 79 78 81 76 72

Golfer B : 86 84 80 88 89 85 86 82 82 79

We have to find out which golfer is more consistent player ? For this we have to calculate :

- (A) Coefficient of Dispersion based on Range
- (B) Coefficient of Skewness
- (C) Coefficient of Variance
- (D) Coefficient of Dispersion based on standard deviation

47. जब हम कभी किन्हीं दो श्रेणियों के परिवर्तनीयता व तुलना करना चाहते हैं जो व्यापक रूप से अप औसतों में भिन्न होते हैं, अथवा जिन्हें भिन्न-भिन्न मात्रकों में मापा जाता है तब हम 'मेसर ऑफ डिस्पर्सन की गणना नहीं' करते।

निम्न डाटा दो गोल्फरों के दश राऊन्ड स्कोर को दर्शाते हैं।

गोल्फर A : 74 75 78 72 77 79 78 81 76 72

गोल्फर B : 86 84 80 88 89 85 86 82 82 79

हमें अधिक कन्सिस्टेन्ट गोल्फर का पता लगाने लिए गणना करना चाहिए।

- (A) रेन्ज आधारित डिस्पर्सन गुणांक
- (B) स्कीवनेस गुणांक
- (C) प्रसरण गुणांक
- (D) मानक विचलन आधारित डिस्पर्सन गुणांक

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

48. To study the relationship or association between two variables, when correlation coefficient $r(X, Y)$ is calculated to measure the intensity of relationship. Then which of the following is true ?

- (a) Correlation coefficient is independent of change of origin and scale.
- (b) Two independent variables are uncorrelated.
- (c) If $r(X, Y) = 0$, then X and Y are independent.
- (d) If each of two variables X and Y takes two values '0' and '1' with positive probabilities, then $r(X, Y) = 0$.

Choose the correct answer :

- (A) Only statements (a), (b) and (d) are correct
- (B) Only statements (b) and (c) are correct
- (C) Statements (a), (b), (c) and (d) are correct
- (D) Only statements (a), (b) and (c) are correct

48. चरों के मध्य संबंध अथवा सहचर्य के अध्ययन में, जब सहसंबंध गुणांक $r(X, Y)$ का गणन सहसंबंधता की गहनता की माप के लिए होता है तब निम्नलिखित में क्या सही है ?

- (a) सहसंबंध गुणांक ऑरिजिन और स्केल के परिवर्तन से स्वतंत्र होता है।
- (b) दो स्वतंत्र चर सहसंबंधित नहीं होते।
- (c) यदि $r(X, Y) = 0$ तब X और Y स्वतंत्र होते हैं।
- (d) दोनों चरों में यदि प्रत्येक चर, धनात्मक प्रायिकताएँ के साथ दो मान '0' और '1' लेते हैं तब $r(X, Y) = 0$ होता है।

सही उत्तर चुनिए :

- (A) केवल कथन (a), (b) और (d) सही हैं
- (B) केवल कथन (b) और (c) सही हैं
- (C) कथन (a), (b), (c) और (d) सही हैं
- (D) केवल कथन (a), (b) और (c) सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

52. Which of the following statements are correct ?

- (a) Stochastic processes can be classified into four types based on their states space and time domain.
- (b) Markov chain can be uniquely determined by its initial distribution and one-step transition probability matrix.
- (c) Chapman-Kolmogorov equations is a sufficient condition for a process to be Markov chain.

Choose the correct answer.

- (A) (a) only
- (B) (a) and (b) only
- (C) (b) and (c) only
- (D) All (a), (b) and (c)

53. For the Wald's equation

$$E\left(\sum_{i=1}^N X_i\right) = E(X_i)E(N), \text{ the random}$$

variables X_i satisfy which of the following assumptions :

- (a) X_i 's need not be identically distributed
- (b) X_i 's must be independent
- (c) X_i 's have same mean

Choose the correct answer.

- (A) (a) only
- (B) (a) and (b) only
- (C) (b) and (c) only
- (D) All three

52. निम्न में कौन से कथन सही हैं ?

- (a) स्टोकेस्टिक प्रक्रियाओं को उनकी अवस्थ समष्टि और समय डोमेन के आधार पर च प्रकारों में वर्गीकृत किया जा सकता है।
- (b) मार्कोव शृंखला को इसके प्रारंभिक वितर और एक - चरण संक्रमण प्रायिकता मैट्रिक्स से अद्वितीय रूप से ज्ञात किया जा सकता है।
- (c) चैपमैन-कोल्मोगोरोव समीकरण एक प्रक्रिया को मार्कोव शृंखला होने के लिए पर्याप्त श है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a)
- (B) केवल (a) और (b)
- (C) केवल (b) और (c)
- (D) (a), (b) और (c) सभी

53. वाल्ड समीकरण $E\left(\sum_{i=1}^N X_i\right) = E(X_i)E(N)$ के लिए यादृच्छिक चर X_i किस परिकल्पना को संतु करता है ?

- (a) X_i का सर्वसम बंटन होना आवश्यक नहीं
- (b) X_i का स्वतंत्र होना आवश्यक है
- (c) X_i के समान माध्य हैं

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a)
- (B) केवल (a) और (b)
- (C) केवल (b) और (c)
- (D) तीनों

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

54. A doctor has scheduled two appointments, one at 1 pm and the other at 1:30 pm. The amount of time that appointments last are independent exponential random variables with mean 30 minutes. Assuming that both patients are on time, the probability that second appointment will be delayed is :

- (A) e^{-4}
 (B) e^{-3}
 (C) e^{-2}
 (D) e^{-1}

55. Let $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ be a random sample of observation drawn from a continuous population having p.d.f. $f(x)$ and c.d.f. $F(x)$ and sample observations are arranged in ascending order of magnitude i.e. $x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(n)}$. For r^{th} -order statistics

- (a) There will be $(r-1)$ observation which are less than $x_{(r)}$.
 (b) There will be $(n-r)$ observations which are greater than $x_{(r)}$.
 (c) There will be the $x_{(r)}$ observation can occur in $\frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$ ways.

Which combination is correct, choose ?

- (A) only (a) and (b) are correct
 (B) only (a) and (c) are correct
 (C) (a), (b) and (c) all are correct
 (D) only (b) and (c) are correct

54. एक डॉक्टर के लिए दो निर्धारित एपॉइन्टमेन्ट्स एक 1 pm और दूसरा 1:30 pm पर। एपॉइन्टमेन्ट समापन का समय औसत 30 मिनट, एक स्वतंत्र घातांकीय यादृच्छिक चर हैं। माना कि दोनों रोग समय पर आते हैं तो दूसरे एपॉइन्टमेन्ट में देरी का प्रायिकता क्या है ?

- (A) e^{-4}
 (B) e^{-3}
 (C) e^{-2}
 (D) e^{-1}

55. माना कि $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ प्रेक्षण का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। जिसे p.d.f. $f(x)$ और c.d.f. $F(x)$ के सतत समष्टि से लिया गया है और प्रतिदर्श प्रेक्षणों को परिमाण के अवरोही क्रम जैसे कि $x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(n)}$ क्रम में व्यवस्थित किया गया है। r वें क्रम स्टैटिस्टिक्स के लिए :

- (a) $(r-1)$ प्रेक्षण होगा जो $x_{(r)}$ से कम होगा।
 (b) $(n-r)$ प्रेक्षण होंगे जो $x_{(r)}$ से अधिक होंगे।
 (c) $x_{(r)}$ प्रेक्षण होगा जिसे $\frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$ में

देखा जा सकता है

सही संयोजन चुनिए।

- (A) केवल (a) और (b) सही हैं
 (B) केवल (a) और (c) सही हैं
 (C) (a), (b) और (c) सभी सही हैं
 (D) केवल (b) और (c) सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

58. When tossing a coin and outcomes are recorded in a table. The probability of success is defined as 'p', and probability of failure is 'q' and number of throws is 'n'. To fit a Binomial Distribution.

(a) Calculate mean and variance for data obtained and equated to np and npq respectively.

(b) Calculate expected frequencies for the above 'n' and 'p' values by the formula $f(x) = N.p(x)$.

(c) Then by using the recurrence relation $p(x+1) = \left\{ \frac{n-x}{x+1} \cdot \frac{p}{q} \right\} p(x)$ calculate various probabilities.

(d) Then plot the curve, so obtained.

Write the correct sequence of above calculation method.

(A) (a), (c), (d), (b)

(B) (c), (a), (b), (d)

(C) (a), (b), (c), (d)

(D) (d), (c), (b), (a)

58. सिक्के की उछाल और इसके परिणाम को एक सार में दर्ज किया। सफलता की प्रायिकता 'p' और असफलता की प्रायिकता 'q' और उछाल की संख्या 'n' है। द्विपद बंटन को फिट करने के लिए :

(a) प्राप्त डाटा का माध्य और प्रसरण की गणना करें और क्रमशः np और npq के साथ बराबर इक्वेट करें

(b) 'n' और 'p' के मानों के लिए प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना, सूत्र $f(x) = N.p(x)$ का उपयोग करें

(c) फिर रिक्लेन्स संबंध $p(x+1) = \left\{ \frac{n-x}{x+1} \cdot \frac{p}{q} \right\} p(x)$ के उपयोग से अन्य प्रायिकताओं की गणना करें।

(d) फिर, इस प्रकार प्राप्त आँकड़ों से कर्व प्लॉट कीजिए।

उपर्युक्त गणना विधि के सही अनुक्रम को लिखिए।

(A) (a), (c), (d), (b)

(B) (c), (a), (b), (d)

(C) (a), (b), (c), (d)

(D) (d), (c), (b), (a)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

59. For $U(0, \theta)$ model, which of the following statements are correct ?

- (a) It is a one parameter exponential family
- (b) $\{U(0, \theta), \theta > 0\}$ is a complete family
- (c) $X(n)$ is for θ based on a random sample of size n

Choose the correct answer.

- (A) All three (a), (b) and (c)
- (B) (c) only
- (C) (b) and (c) only
- (D) (a) and (c) only

60. Let X_1, X_2, \dots, X_n be random sample drawn from following different 4 distributions. Match the following pairs.

- (a) Poisson (θ) (i) MLE of θ^2 is $\left(\frac{1}{\bar{X}^2}\right)$
- (b) $N(0, \theta)$ (ii) MLE of θ is $X(n)$
- (c) Exponential (iii) MLE of $e^{-\theta}$ is $e^{-\bar{X}}$
with mean $\frac{1}{\theta}$
- (d) $U(0, \theta)$ (iv) Unbiased estimator of θ is

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Choose the correct answer.

- | | (a) | (b) | (c) | (d) |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| (A) | (i) | (ii) | (iv) | (iii) |
| (B) | (iv) | (iii) | (i) | (ii) |
| (C) | (iv) | (i) | (iii) | (ii) |
| (D) | (iii) | (iv) | (i) | (ii) |

59. $U(0, \theta)$ मॉडल के लिए निम्न में कौन-सा कथ सत्य है ?

- (a) यह एक पैरामीटर एक्सपोनेन्शीयल फेमली है
- (b) $\{U(0, \theta), \theta > 0\}$ एक पूर्ण फेमली है
- (c) $X(n)$, n साइज के यादृच्छिक प्रतिदर्श आधारित θ के लिए है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) सभी तीनों (a), (b) तथा (c)
- (B) केवल (c)
- (C) केवल (b) और (c)
- (D) केवल (a) और (c)

60. माना कि X_1, X_2, \dots, X_n निम्न चार भिन्न-भिन्न बंटनों से लिए गए यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं निम्न में मिलाइए।

- (a) प्वाँसों (θ) (i) θ^2 का MLE $\left(\frac{1}{\bar{X}^2}\right)$ है
- (b) $N(0, \theta)$ (ii) θ का MLE $X(n)$ है
- (c) $\frac{1}{\theta}$ माध्य का घातांक (iii) $e^{-\theta}$ का MLE $e^{-\bar{X}}$ है
- (d) $U(0, \theta)$ (iv) θ का निष्पक्ष आकलक

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

सही उत्तर चुनें।

- | | (a) | (b) | (c) | (d) |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| (A) | (i) | (ii) | (iv) | (iii) |
| (B) | (iv) | (iii) | (i) | (ii) |
| (C) | (iv) | (i) | (iii) | (ii) |
| (D) | (iii) | (iv) | (i) | (ii) |

61. Match the following pairs :

- (a) One parameter exponential family with parameter μ (i) Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) for $\psi(\mu) = e^{-\mu}$ is $\frac{\mu}{n} e^{-2\mu}$
- (b) Consistency of μ (ii) MVUE does not exist for μ
- (c) Let X_1, X_2, \dots, X_n be random sample from Cauchy distribution with pdf $f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+(x-\mu)^2}$, $-\infty < \mu < \infty$ (iii) Satisfy invariance property for continuous function $f(\mu)$
- (d) Let X_1, X_2, \dots, X_n be random sample from Poisson distribution with mean μ (iv) MLE and method of moments estimators are same for μ

Choose the correct answer.

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (iv) (iii) (ii) (i)
- (B) (ii) (iii) (iv) (i)
- (C) (i) (ii) (iii) (iv)
- (D) (iv) (iii) (i) (ii)

61. निम्न का मिलान कीजिए :

- (a) प्राचल μ का एक प्राचल घातांकीय फेमली (i) $\psi(\mu) = e^{-\mu}$ का क्रेमर-राव लोवर बाउंड (CRLB) $\frac{\mu}{n} e^{-2\mu}$ है।
- (b) μ का सुसंगता (ii) μ के MVUE अस्तित्व नहीं है
- (c) माना कि X_1, X_2, \dots, X_n pdf $f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+(x-\mu)^2}$, $-\infty < \mu < \infty$ के साथ कॉशी बंटन से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है। (iii) सतत फलन $f(\mu)$ के लिए अचर गुणधर्म को संतुष्ट करता है।
- (d) माना कि $X_1, X_2, \dots, X_n, \mu$ माध्य के साथ प्वासों बंटन से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है। (iv) μ के लिए MLE और मेथड ऑफ मोमे का आकलक एकसमान है।

सही उत्तर चुनें।

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (iv) (iii) (ii) (i)
- (B) (ii) (iii) (iv) (i)
- (C) (i) (ii) (iii) (iv)
- (D) (iv) (iii) (i) (ii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

62. Let $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in_i}$ be random sample of n_i observation from i^{th} ($i=1, 2, \dots, k$) population, where $E(x_i) = \mu_i$ and cumulative distribution function (c.d.f.) of x_i be $F(x_i)$. Then, to test the equality of variances of x_i , the null hypothesis (H_0) and Alternative hypothesis (H_A) will be defined as any of the following. Choose the correct answer.

(A) H_0 : $F_i(x_i)$'s are similar w.r.t. standard deviations against H_A : $V(x_1) \neq V(x_2) \neq \dots \neq V(x_K)$

(B) H_0 : $F_i(x_i)$'s are not similar w.r.t. variances against H_A : $V(x_1) \neq V(x_2) \neq \dots \neq V(x_K)$

(C) H_0 : $F_i(x_i)$'s are similar w.r.t. variances against H_A : $V(x_1) = V(x_2) = \dots = V(x_K)$

(D) H_0 : $F_i(x_i)$'s are similar with respect to variances against H_A : $V(x_1) \neq V(x_2) \neq V(x_3) \neq \dots \neq V(x_K)$

62. माना कि $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in_i}$ समष्टि i^{th} ($i=1, 2, \dots, k$) से लिया गया n_i प्रेक्षण का यादृच्छिक प्रतिदर्श है। जहाँ $E(x_i) = \mu_i$ और x_i का संचित बंटन फलन (c.d.f.), $F(x_i)$ है। x_i के प्रसरण की समानता का परीक्षण के लिए, नल हाइपोथिसिस (H_0) एवं वैकल्पिक हाइपोथिसिस (H_A) को निम्न में से किसी एक के जैसा परिभाषित किया जायेगा सही उत्तर चुनिए।

(A) H_A : $V(x_1) \neq V(x_2) \neq \dots \neq V(x_K)$ के विरुद्ध मानक विचलन के सापेक्ष H_0 : $F_i(x_i)$ समरूप हैं

(B) H_A : $V(x_1) \neq V(x_2) \neq \dots \neq V(x_K)$ के विरुद्ध H_0 : $F_i(x_i)$ विसरण के सापेक्ष समरूप नहीं है।

(C) H_A : $V(x_1) = V(x_2) = \dots = V(x_K)$ के विरुद्ध H_0 : $F_i(x_i)$ प्रसरण के सापेक्ष समरूप है

(D) H_A : $V(x_1) \neq V(x_2) \neq V(x_3) \neq \dots \neq V(x_K)$ के विरुद्ध H_0 : $F_i(x_i)$ प्रसरण के सापेक्ष समरूप हैं।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

63. If X_1, X_2, \dots, X_n have drawn from a Normal population i.e. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ i.e. X follows Normal with mean $= \mu$ and variance $= \sigma^2$, then which of the following statements are true ?

(a) $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$

(b) $Z^2 = \left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2_{(1)}$

(c) The limits of χ^2 is always $0 < \chi^2 < \infty$

(d) Moment generating function = $(1 + 2t)^{-n/2}$

Which is correct combination of alternatives ?

(A) Only (a), (b) and (d) are true

(B) Only (b), (c) and (d) are true

(C) Only (a), (b) and (c) are true

(D) (a), (b), (c) and (d) all are true

63. यदि X_1, X_2, \dots, X_n को सामान्य समष्टि $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ जहाँ X , माध्य $= \mu$ और प्रसरण $= \sigma^2$ के साथ अभिलंब का अनुसरण करता है तो निम्न कौन सा कथन सत्य है ?

(a) $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$

(b) $Z^2 = \left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2_{(1)}$

(c) χ^2 का लिमिट सदैव $0 < \chi^2 < \infty$ होता है

(d) मोमेन्ट जनरेटिंग फलन $= (1 + 2t)^{-n/2}$

विकल्पों का सही संयोजन है :

(A) केवल (a), (b) और (d) सही हैं

(B) केवल (b), (c) और (d) सही हैं

(C) केवल (a), (b) और (c) सही हैं

(D) (a), (b), (c) और (d) सभी सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

64. The critical region W is called the Uniformly Most Powerful (UMP) critical region of size α (and the corresponding test as Uniformly Most Powerful (UMP) test of level α) for testing the hypothesis.

Null hypothesis $H_0 : \theta = \theta_0$ against Alternative hypothesis $H_1 : \theta \neq \theta_0$ or $H_1 = \theta = \theta_1 \neq \theta_0$

If

(a) $P(X \in W | H_0) = \int_w L_0 dx = \alpha$,

(b) $P(x \in W | H_1) \geq P(x \in W_1 | H_1)$ for all $\theta = \theta_0$

(c) $P(x \in W | H_1) \geq P(x \in W_1 | H_0)$ for all $\theta = \theta_1$

Choose the correct answer :

(A) Only (a) and (c) are true

(B) (a), (b) and (c) all are true

(C) Only (a) and (b) are correct

(D) Only (b) and (c) are true

64. हाइपोथिसिस के परीक्षण के लिए, α साइज के 'क्रांतिक क्षेत्र को यूनीफोर्मली मोस्ट पावरफुल (UM) क्रांतिक क्षेत्र कहा जाता है (और α स्तर के तदानुस परीक्षण को यूनीफोर्मली मोस्ट पावरफुल (UM) परीक्षण कहा जाता है।)

वैकल्पिक हाइपोथिसिस $H_1 : \theta \neq \theta_0$ त $H_1 = \theta = \theta_1 \neq \theta_0$ के विरुध नल हाइपोथिसि $H_0 : \theta = \theta_0$ है।

यदि

(a) $P(X \in W | H_0) = \int_w L_0 dx = \alpha$,

(b) $P(x \in W | H_1) \geq P(x \in W_1 | H_1)$ स $\theta = \theta_0$ के लिए

(c) $P(x \in W | H_1) \geq P(x \in W_1 | H_0)$ स $\theta = \theta_1$ के लिए तो

सही उत्तर दें :

(A) केवल (a) और (c) सही हैं

(B) (a), (b) और (c) सभी सही हैं

(C) केवल (a) और (b) सही हैं

(D) केवल (b) और (c) सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

65. If we have the variables $X_i, i=1, 2, \dots, j, j+1, \dots, n$, then the equation of the plane of regression of X_i on the remaining variables $X_j (j \neq i, i=1, 2, \dots, n)$, is given by any one following options. Choose the correct answer.

$$(A) \frac{X_1}{\sigma_1} w_{i1} + \frac{X_2}{\sigma_2} w_{i2} + \dots + \frac{X_i}{\sigma_i} w_{ii} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

$$(B) \frac{X_2}{\sigma_2} w_{i2} + \frac{X_3}{\sigma_3} w_{i3} + \dots + \frac{X_i}{\sigma_i} w_{ii} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

$$(C) \frac{X_1}{\sigma_1} w_{i1} + \frac{X_3}{\sigma_3} w_{i3} + \dots + \frac{X_i}{\sigma_i} w_{ii} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

$$(D) \frac{X_1}{\sigma_1} w_{i1} + \frac{X_2}{\sigma_2} w_{i2} + \dots + \frac{X_j}{\sigma_j} w_{ij} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

65. $X_i, i=1, 2, \dots, j, j+1, \dots, n$ चर हों तो शेष च $X_j (j \neq i, i=1, 2, \dots, n)$ पर X_i समाश्रयण समतल के समीकरण को निम्न से किसी एक दिया जा सकता है। सही उत्तर चुनिए।

$$(A) \frac{X_1}{\sigma_1} w_{i1} + \frac{X_2}{\sigma_2} w_{i2} + \dots + \frac{X_i}{\sigma_i} w_{ii} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

$$(B) \frac{X_2}{\sigma_2} w_{i2} + \frac{X_3}{\sigma_3} w_{i3} + \dots + \frac{X_i}{\sigma_i} w_{ii} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

$$(C) \frac{X_1}{\sigma_1} w_{i1} + \frac{X_3}{\sigma_3} w_{i3} + \dots + \frac{X_i}{\sigma_i} w_{ii} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

$$(D) \frac{X_1}{\sigma_1} w_{i1} + \frac{X_2}{\sigma_2} w_{i2} + \dots + \frac{X_j}{\sigma_j} w_{ij} + \dots + \frac{X_n}{\sigma_n} w_{in} = 0$$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

66. In a Latin square design (LSD), we have following difference than in the Randomized Block Design, which statements are correct ?

- (a) the treatments are arranged in complete groups in two directions
- (b) the two classifications being orthogonal to each other and to the treatments
- (c) In LSD every row and column is a complete replication
- (d) by double grouping the error gets maximized.

Choose the correct answer :

- (A) Only (a), (c) and (d) are correct
- (B) Only (a), (b) and (c) are correct
- (C) Only (b), (c) and (d) are correct
- (D) (a), (b), (c) and (d) are correct

67. The basic purpose of the analysis of variance is to test :

- (a) the homogeneity of several means of all samples drawn from the same population
- (b) to test the equality of several population variances
- (c) in testing the linearity of the fitted regression line

Which of the above statements are correct ?

- (A) Only (a) and (c) are correct
- (B) Only (a) and (b) are correct
- (C) Only (b) and (c) are correct
- (D) (a), (b) and (c) all are correct

66. लेटिन स्क्वायर डिजाइन (LSD) में निम्न अंतर है यादृच्छीकृत ब्लॉक डिजाइन में कौन सा कथन सत है ?

- (a) दो दिशाओं में, सम्पूर्ण समूह में ट्रिटमेन्ट्स व व्यवस्थित किया जाता है।
- (b) दो वर्गीकरण प्रत्येक एक दूसरे तथा ट्रिटमेन्ट पर आर्थोगोनल होता है।
- (c) LSD में प्रत्येक पंक्ति और कालम् एक सम्पू प्रतिकृति होती है।
- (d) द्वि समूहन से त्रुटियाँ, मैक्सीमाइज हो जाती है।

सही उत्तर चुनिए :

- (A) केवल (a), (c) और (d) सही हैं
- (B) केवल (a), (b) और (c) सही हैं
- (C) केवल (b), (c) और (d) सही हैं
- (D) (a), (b), (c) और (d) सही हैं

67. विसरण के विश्लेषण का मूलभूत उद्देश्य है :

- (a) उसी समष्टि (पापुलेशन) से ली गयी सभ प्रतिदर्शों के अनेकों माध्यों की समांगता व परीक्षण करना
- (b) अनेकों समष्टि (पापुलेशन) विसरणों क समानता का परीक्षण करना
- (c) फिटेटड समाश्रयण रेखाओं की रैखिकता व परीक्षण करना

उपरोक्त में से कौन सा कथन सही है ?

- (A) केवल (a) और (c) सही हैं
- (B) केवल (a) और (b) सही हैं
- (C) केवल (b) और (c) सही हैं
- (D) (a), (b) और (c) सभी सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

68. Match the following :

- | | |
|---|--|
| (a) Analysis of covariance is a technique | (i) Analysis of variance |
| (b) Technique designed to test the homogeneity or equality of several means not the variances is known as | (ii) Random Effect Model |
| (c) The conclusion about the test of hypothesis regarding the parameters L_i 's are unknown fixed constants will apply only to the K-treatments | (iii) Technique of increasing the precision of design by reducing the experimental error |
| (d) When L_i 's are not fixed constants but will be random, then we call it | (iv) Fixed Effect Model |

Obtain the correct matching from above statements.

- | | | | | |
|-----|-------|-------|------|------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (iii) | (i) | (iv) | (ii) |
| (B) | (iii) | (iv) | (i) | (ii) |
| (C) | (iv) | (iii) | (ii) | (i) |
| (D) | (iv) | (iii) | (i) | (ii) |

68. मिलान कीजिए :

- | | |
|---|--|
| (a) सहप्रसरण (कोवैरिएन्स) विश्लेषण एक विधि (टेकनीक) है | (i) प्रसरण का विश्लेषण |
| (b) प्रसरणों को छोड़कर अनेकों माध्यों की समानता अतवा समांगता परीक्षण के लिए डिजाइन की गयी विधि (टेकनीक) को कहा जाता है | (ii) रेन्डम इफेक्ट मॉडल |
| (c) प्राचल के संबंध में हाइपोथिसिस के परीक्षण से संबंधित निष्कर्ष L_i अज्ञात होते हैं केवल K-ट्रीटमेन्ट के लिए स्थिर अचर लागू होंगे | (iii) प्रायोगिक त्रुटियों में कमी लाकर डिजाइन की सटीकता वृद्धि का टेकनीक |
| (d) जब L_i स्थिर नहीं किये जाते परंतु अचर यादृच्छिक होंगे तब इसे कहा जायेगा | (iv) फिक्सड इफेक्ट मॉडल |
- उपरोक्त कथन से सही मिलान प्राप्त कीजिए।

- | | | | | |
|-----|-------|-------|------|------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (iii) | (i) | (iv) | (ii) |
| (B) | (iii) | (iv) | (i) | (ii) |
| (C) | (iv) | (iii) | (ii) | (i) |
| (D) | (iv) | (iii) | (i) | (ii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

69. Which of the following statements are correct ?

- (a) Let $\underline{X} \sim N_p(\underline{0}, \Sigma)$ where Σ is positive semidefinite matrix then $\underline{X}'A\underline{X} \sim \chi_r^2$ if $\Sigma A \Sigma A \Sigma = \Sigma A \Sigma$ and $\text{rank}(A \Sigma) = r$
- (b) All eigen values of correlation matrix R are either one or zero
- (c) The multiple correlation coefficient between X_1 and X_2, X_3, \dots, X_p is maximum correlation between X_1 and linear combination of X_2, X_3, \dots, X_p .

Choose the correct answer.

- (A) (a) and (b) only
 (B) (a) and (c) only
 (C) (b) and (c) only
 (D) All three

70. If Y_1, Y_2, \dots, Y_p are the principal components of \underline{X} then which of the following are characterizations of Y_1, Y_2, \dots, Y_p ?

- (a) They are uncorrelated
 (b) They are normalized linear combinations of \underline{X}
 (c) Their variances are as large as possible
 (d) Their pairwise correlations are maximized

Choose the correct answer.

- (A) (a), (b) and (d) only
 (B) (b), (c) and (d) only
 (C) (a), (b) and (c) only
 (D) (b) and (c) only

69. निम्न में कौन सा कथन सत्य है ?

- (a) माना कि $\underline{X} \sim N_p(\underline{0}, \Sigma)$ जहाँ Σ पोजिटिव सेमीडेफिनेट मैट्रिक्स है तब $\underline{X}'A\underline{X} \sim \chi_r^2$ होता है यदि $\Sigma A \Sigma A \Sigma = \Sigma A \Sigma$ और रैंक $(A \Sigma) = r$ हो।
- (b) सहसंबंध मैट्रिक्स R के सभी आइगेन मान या तो शून्य होंगे या 1
- (c) X_1 और X_2, X_3, \dots, X_p के मध्य बहुसहसंबंध गुणांक X_1 और X_2, X_3, \dots, X_p के रैखिक संयोजन के मध्य अधिकतम सहसंबंध होता है।

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a) और (b)
 (B) केवल (a) और (c)
 (C) केवल (b) और (c)
 (D) सभी तीनों

70. यदि $Y_1, Y_2, \dots, Y_p, \underline{X}$ के मुख्य कम्पोनेन्ट हों तब निम्न में कौन सा Y_1, Y_2, \dots, Y_p का कैरेक्टेराइजेशन है ?

- (a) वे असहसंबंध में हैं
 (b) वे \underline{X} के नारमलाईज्ड रैखिक संयोजन में
 (c) उनके प्रसरण जितना संभव हो विस्तृत होते हैं
 (d) उनके युग्मवार सहसंबंध मैक्सीमाइज्ड होते हैं

सही उत्तर चुनें।

- (A) केवल (a), (b) और (d)
 (B) केवल (b), (c) और (d)
 (C) केवल (a), (b) और (c)
 (D) केवल (b) और (c)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

71. Match the following pairs :

(a) Let $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$ (i) χ_r^2

be a random sample

of size n from

$N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$. Then

$n(\bar{\underline{X}} - \underline{\mu})' \underline{\Sigma}^{-1}(\bar{\underline{X}} - \underline{\mu})$

follows

(b) Let $\underline{X} \sim N_p(\underline{0}, \underline{\Sigma})$, (ii) χ_p^2

where $\underline{\Sigma}$ is positive

semidefinite matrix.

If $\underline{\Sigma} \underline{A} \underline{\Sigma} \underline{A} \underline{\Sigma} = \underline{\Sigma} \underline{A} \underline{\Sigma}$

and $\text{rank}(\underline{A} \underline{\Sigma}) = r$

then $\underline{X}' \underline{A} \underline{X}$ follows

(c) Let $\underline{X} \sim N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$. (iii) χ_1^2

A test statistics for

testing hypothesis

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_p$

based on random

sample $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$

from $N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$

follows

(d) Let $X_1 \sim N(0, 1)$ (iv) $F(p-1,$
then χ_1^2 follows $n-p+1)$

Choose the correct answer.

- | | | | | |
|-----|------|------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (i) | (ii) | (iv) | (iii) |
| (B) | (ii) | (i) | (iii) | (iv) |
| (C) | (ii) | (i) | (iv) | (iii) |
| (D) | (i) | (iv) | (ii) | (iii) |

71. निम्न का मिलान करें :

(a) माना कि $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$, (i) χ_r^2

$N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$ से ली गयी साइज

n का यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं। तब

$n(\bar{\underline{X}} - \underline{\mu})' \underline{\Sigma}^{-1}(\bar{\underline{X}} - \underline{\mu})$

अनुसरण करेगा।

(b) माना कि $\underline{X} \sim N_p(\underline{0}, \underline{\Sigma})$, (ii) χ_p^2

जहाँ $\underline{\Sigma}$ पोजीटिव सेमीडेफिनीट

मैट्रिक्स है। यदि $\underline{\Sigma} \underline{A} \underline{\Sigma} \underline{A} \underline{\Sigma} =$

$\underline{\Sigma} \underline{A} \underline{\Sigma}$ और रैंक $(\underline{A} \underline{\Sigma}) = r$

तब $\underline{X}' \underline{A} \underline{X}$ अनुसरण करेगा।

(c) माना कि $\underline{X} \sim N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$ है। (iii) χ_1^2

$N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$ से ली गयी

$\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$ यादृच्छिक

निदर्श पर आधारित

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_p$

हाइपोथिसिस के परीक्षण के लिए

एक परीक्षण स्टैटिस्टिक अनुसरण

करेगा।

(d) माना कि $X_1 \sim N(0, 1)$ (iv) $F(p-1,$
तब χ_1^2 अनुसरण करेगा। $n-p+1)$

सही उत्तर चुनें।

- | | | | | |
|-----|------|------|-------|-------|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (A) | (i) | (ii) | (iv) | (iii) |
| (B) | (ii) | (i) | (iii) | (iv) |
| (C) | (ii) | (i) | (iv) | (iii) |
| (D) | (i) | (iv) | (ii) | (iii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

72. Let $Y_1=2$ and $Y_2=4$ denote the y -values of units drawn at the first and second draws respectively. Let $P_1 = \frac{1}{4}$ and $P_2 = \frac{1}{6}$ denote the initial probabilities of selection of these two units out of the total $N=10$ units of the population under consideration. If \bar{Z} is the estimate of the population mean based on these two units, then estimate of variance of \bar{Z} under Des Raj's scheme is :

- (A) 0.04
- (B) 0.06
- (C) 0.36
- (D) 0.64

73. Consider a population of 50 units $\{1, 2, \dots, 50\}$ and suppose that 50 possible samples are listed as : $\{1\}, \{1, 2\}, \dots, \{1, 2, 3, \dots, 50\}$. One of these samples is chosen at random. Let π_i be the probability that unit i is in the selected sample. Then, which of the following statements is necessarily true ?

(A) $\sum_{i=1}^{50} \pi_i = 1$

(B) $\sum_{i=1}^{50} \pi_i = 25$

(C) The expected sample size is 25

(D) The expected sample size is 25.5

72. माना $Y_1=2$ तथा $Y_2=4$ क्रमशः प्रथम और दूसरे ड्रा पर मात्रकों के y -मानों को दर्शाते हैं। माना $P_1 = \frac{1}{4}$ और $P_2 = \frac{1}{6}$, कन्सीडरेशन के अंतर्गत सम्पष्टि मात्रकों की कुल संख्या $N=10$ से इन दोनों मात्रकों के चयन की प्रारंभिक प्रायिकता दर्शाते हैं। यदि \bar{Z} इन दोनों मात्रकों पर आधारित पापुलेशन आकलक वेरिएन्स हो तो डेस राज स्कीम के अंतर्गत \bar{Z} के आकलक वेरिएन्स का मान है :

- (A) 0.04
- (B) 0.06
- (C) 0.36
- (D) 0.64

73. 50 मात्रकों $\{1, 2, \dots, 50\}$ की एक सम्पष्टि कन्सीडर कीजिए और मान लीजिए कि 50 सम्भावित प्रतिदर्श इस प्रकार हैं $\{1\}, \{1, 2\}, \dots, \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ । इनमें से एक प्रतिदर्श यादृच्छिक चुना जाता है। माना कि π_i प्रायिकता कि मात्रक i चयनित प्रतिदर्श में है। तो निम्न में कौन सा कथन सत्य है ?

(A) $\sum_{i=1}^{50} \pi_i = 1$

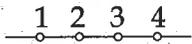
(B) $\sum_{i=1}^{50} \pi_i = 25$

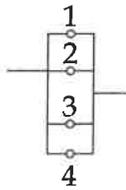
(C) प्रत्याशित प्रतिदर्श साइज 25 है

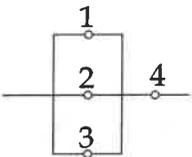
(D) प्रत्याशित प्रतिदर्श साइज 25.5 है

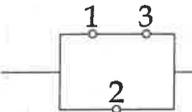
SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

74. Consider a 4 components systems with components' life times $T_1 = 15$, $T_2 = 20$, $T_3 = 30$, $T_4 = 40$ (in Hours) respectively for component number 1, 2, 3 and 4 respectively. Then match the following pairs of systems with their system life times.

(a)  (i) 30 Hours

(b)  (ii) 15 Hours

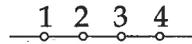
(c)  (iii) 40 Hours

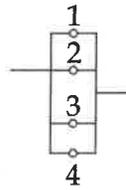
(d)  (iv) 20 Hours

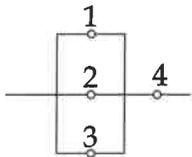
Choose the correct answer.

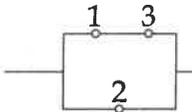
- (a) (b) (c) (d)
 (A) (ii) (iii) (i) (iv)
 (B) (ii) (iii) (iv) (i)
 (C) (iii) (ii) (i) (iv)
 (D) (ii) (i) (iii) (iv)

74. चार कम्पोनेन्ट के एक निकाय को उसके जीवन काल क्रमशः $T_1 = 15$, $T_2 = 20$, $T_3 = 30$, $T_4 = 40$ (घंटों में) कम्पोनेन्टों को क्रमशः कम्पोनेन्ट संख्या 1, 2, 3 एवं 4 पर कन्सीडर कीजिए। और निम्नलिखित निकाय के जोड़ियों को उनके जीवन काल से सुमेलित कीजिए।

(a)  (i) 30 घंटे

(b)  (ii) 15 घंटे

(c)  (iii) 40 घंटे

(d)  (iv) 20 घंटे

सही उत्तर चुनें।

- (a) (b) (c) (d)
 (A) (ii) (iii) (i) (iv)
 (B) (ii) (iii) (iv) (i)
 (C) (iii) (ii) (i) (iv)
 (D) (ii) (i) (iii) (iv)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

75. With usual notations, which of the following statements are correct about M/M/1 queue ?

(a) Probability that the system is

$$\text{busy} = \frac{\rho}{(1 - \rho)}$$

(b) Expected number of customers in

$$\text{the queue} = \frac{\rho^2}{(1 - \rho)}$$

(c) Expected length of non-empty

$$\text{queues} = \frac{1}{(1 - \rho)}$$

(d) Expected waiting time of a customer

$$\text{in the system} = \frac{1}{(\mu - \lambda)}$$

Choose the correct answer.

(A) (a) only

(B) (a) and (b) only

(C) (b) and (c) only

(D) (b), (c) and (d) only

- o o o -

75. M/M/1 क्यू के विषय में, सामान्य नोटेशनों के साथ कौन सा कथन सत्य है ?

(a) प्रायिकता कि सिस्टम व्यस्त है $= \frac{\rho}{(1 - \rho)}$

(b) क्यू में कस्टमरों की प्रत्याशित

$$\text{संख्या} = \frac{\rho^2}{(1 - \rho)}$$

(c) नॉन-एम्प्टी क्यू की प्रत्याशित

$$\text{लम्बाई} = \frac{1}{(1 - \rho)}$$

(d) सिस्टम में कस्टमर का प्रत्याशित वेटिंग टाइम

$$= \frac{1}{(\mu - \lambda)}$$

सही उत्तर चुनें।

(A) केवल (a)

(B) केवल (a) और (b)

(C) केवल (b) और (c)

(D) केवल (b), (c) और (d)

- o o o -

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

उत्तर अंकित करने का समय : 2 घंटा 30 मिनट
 Time for marking answers : 2 Hour 30 Minutes

अधिकतम अंक : 100
 Maximum Marks : 100

नोट :

1. निम्न विवरणों के साथ इस प्रश्न-पुस्तिका में 75 प्रश्न हैं - प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

भाग-I	-	45 प्रश्न	1 - 45
भाग-II (A) गणित समूह	-	30 प्रश्न	46 - 75
अथवा			
भाग-II (B) सांख्यिकी समूह	-	30 प्रश्न	46 - 75
2. भाग-I अनिवार्य है। अभ्यर्थी को भाग-II (A) अथवा भाग-II (B) का उत्तर देना आवश्यक है।
3. प्रश्नों के उत्तर, दी गई OMR उत्तर-शीट (आंसर-शीट) पर अंकित कीजिए।
4. ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं किया जावेगा।
5. किसी भी तरह के कैलकुलेटर या लॉग टेबल एवं मोबाइल फोन का प्रयोग वर्जित है।
6. OMR उत्तर-शीट (आंसर-शीट) का प्रयोग करते समय ऐसी कोई असावधानी न करें/बरतें जिससे यह फट जाये उसमें मोड़ या सिलवट आदि पड़ जाये जिसके फलस्वरूप वह खराब हो जाये।

Note :

1. This Question Booklet contains 75 questions with details as follows-each question carries 2 marks.

PART - I	-	45 Questions	1 - 45
PART - II (A) Mathematics Group	-	30 Questions	46 - 75
OR			
PART - II (B) Statistics Group	-	30 Questions	46 - 75
2. Part-I is compulsory. Candidate has to attempt Part-II (A) or Part-II (B).
3. Indicate your answers on the OMR Answer-Sheet provided.
4. No negative marking will be done.
5. Use of any type of calculator or log table and mobile phone is prohibited.
6. While using OMR Answer-sheet care should be taken so that the Answer-sheet does not get torn or spoiled due to folds and wrinkles.