20	SET A	Subject Code E-20472-BY-MYN-ELE-0MT7	Question Booklet No.

परीक्षा केन्द्राध्यक्ष की मोहर Seal of Superintendent of Examination Centre	परीक्षार्थी द्वारा बॉल-प्वाइण्ट पेन से भरा जाए **To Be filled in by Candidate by Ball-Point pen only** **घोषणा : मैंने नीचे दिये गये निर्देश अच्छी तरह पढ़कर समझ लिए है। Declaration : I have read and understood the instructions given below.** अनुक्रमांक / Roll No.	Paste barcode sticker containing question booklet no here यहां प्रश्न पुस्तिका क्रमांक वाला बारकोड स्टीकर चिपकाएं

वीक्षक के हस्ताक्षर
(Signature of Invigilator) ------------------------------
वीक्षक के नाम
(Name of Invigilator) ----------------------------------

अभ्यर्थी के हस्ताक्षर
(Signature of Candidate) ------------------
उत्तर शीट का क्रमांक
Sl. No.of Answer-Sheet
अभ्यर्थी का नाम
(Name of Candidate) ----------------------------

प्रश्न पत्र : II विषय : गणितीय विज्ञान
Paper : II Subject : MATHEMATICAL SCIENCES

प्रश्न पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या
Number of Pages in this Question Booklet : **64**

पूर्णांक - 200
समय - 2 घंटे

प्रश्न पुस्तिका में प्रश्नों की संख्या
Number of Questions in this Question Booklet : **100**

अभ्यर्थियों के लिए निर्देश

1. प्रश्न-पुस्तिका मिलते ही मुख पृष्ठ एवं अंतिम पृष्ठ में दिए गए निर्देशों को अच्छी तरह पढ़ लें। प्रश्न पुस्तिका में लगी सील को वीक्षक के कहने से पूर्व न खोलें।
2. ऊपर दिए हुए निर्धारित स्थानों में अपना अनुक्रमांक, उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक लिखें तथा अपने हस्ताक्षर करें।
3. ओ.एम.आर. उत्तर-शीट में समस्त प्रविष्टियां दिये गये निर्देशानुसार करें अन्यथा उत्तर-शीट का मूल्यांकन नहीं किया जाएगा।
4. इस प्रश्न पुस्तिका के साथ तीन बारकोड स्टीकर दिये जा रहे हैं। इन बारकोडों को प्रश्न पुस्तिका, ओ.एम.आर. शीट एवं उपस्थिति पत्रक में दिये गये निर्धारित बॉक्स के अंदर सावधानीपूर्वक चिपकायें।
5. सील खोलने के बाद सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पुस्तिका में कुल पृष्ठ ऊपर लिखे अनुसार दिए हुए हैं तथा उसमें सभी 100 प्रश्नों का मुद्रण सही है। किसी भी प्रकार की त्रुटि होने पर 15 मिनट के अंदर वीक्षक को सूचित कर सही प्रश्न-पुस्तिका प्राप्त करें। प्रत्येक प्रश्न के लिए दो अंक निर्धारित है। सभी प्रश्न अनिवार्य है।

भाग – I	60 प्रश्न	1 – 60
भाग – II (A)	गणित समूह 40 प्रश्न	61 – 100
	अथवा	
भाग – II (B)	सांख्यिकी समूह 40 प्रश्न	61 – 100

भाग – I अनिवार्य है। अभ्यर्थी को भाग – II (A) अथवा भाग – II (B) का उत्तर देना आवश्यक है।
6. प्रत्येक प्रश्न हेतु प्रश्न-पुस्तिका में प्रश्न के नीचे दिए गए चार विकल्पों में से सही/सबसे उपयुक्त केवल एक ही विकल्प का चयन कर उत्तर शीट में सही विकल्प वाले गोले को जो उस प्रश्न के सरल क्रमांक से सम्बंधित हो काले या नीले बॉल-प्वाइण्ट पेन से भरें।
7. सही उत्तर वाले गोले को अच्छी तरह से भरें, अन्यथा उत्तरों का मूल्यांकन नहीं होंगा। इसकी समस्त जिम्मेदारी परीक्षार्थी की होगी।
8. ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं किया जावेगा।
9. प्रश्न-पुस्तिका तथा उत्तर-शीट में निर्दिष्ट स्थानों पर प्रविष्टियां भरने के अतिरिक्त कहीं भी कुछ न लिखें। अन्यथा OMR शीट का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा।
10. परीक्षा समाप्ति के उपरान्त केवल ओ.एम.आर. उत्तर-शीट एवं प्रश्न पुस्तिका की कव्हर पेज वीक्षक को सौंपनी है। उत्तर-शीट की कार्बन कॉपी तथा प्रश्न-पुस्तिका परीक्षार्थी अपने साथ ले जा सकते हैं।
11. किसी भी तरह के कैलकुलेटर/लॉग टेबल/मोबाइल फोन का प्रयोग वर्जित है।
12. जिन प्रश्नों के लिए अथवा भाग दिया है, यह "अथवा" केवल दृष्टि बाधित अभ्यर्थियों के लिए है। गैर दृष्टि बाधित अभ्यर्थियों के द्वारा इन प्रश्नों को हल करने की स्थिति में इनका मूल्यांकन नहीं होगा।
13. यदि हिन्दी / अंग्रेजी भाषा में कोई संदेह है तो अंग्रेजी भाषा को ही प्रामाणिक माना जायेगा।

INSTRUCTION TO CANDIDATES

1. **Immediately after getting the booklet read instructions carefully, mentioned on the front and back page of the question booklet and do not open the seal given on the question booklet, unless asked by the invigilator.**
2. **Write your Roll No., Answer Sheet No., in the specified places given above and put your signature.**
3. **Make all entries in the OMR Answer Sheet as per the given instructions otherwise Answer-Sheet will not be evaluated.**
4. **Along with this question booklet three barcode stickers are provided. Paste them carefully at the space provided at this question booklet, OMR sheet and attendance sheet.**
5. **After Opening the seal, ensure that the Question booklet contains total no. of pages as mentioned above and printing of all the 100 questions is proper. If any discrepancy is found, inform the invigilator within 15 minutes and get the correct booklet. All questions are compulsory and carry two marks each.**

Part – I	60 Questions	1 – 60
Part – II (A)	Mathematics Group – 40 Questions	61 – 100
	OR	
Part – II (B)	Statistics Group – 40 Questions	61 – 100

Part – I is compulsory. Candidate has to attempt Part – II (A) OR Part – II (B).
6. **While answering the question from the question Booklet, for each question choose the correct/most appropriate option out of four options given, as answer and darken the circle provided against that option in the OMR Answer sheet, bearing the same serial number of the question. Darken the circle only with Black or Blue ball point pen.**
7. **Darken the circle of correct answer properly otherwise answers will not be evaluated. The candidate will be fully responsible for it.**
8. **There is no negative marks for incorrect answers.**
9. **Do not write anything anywhere in the Question booklet and the Answer-Sheet except making entries in the specified places otherwise OMR sheet will not be evaluated.**
10. **After completion of the examination, only OMR Answer Sheet and cover page of question booklet is to be handed over to the invigilator. Carbon copy of the Answer-Sheet and Question Booklet may be taken away by the examinee.**
11. **Use of any calculator/log table/mobile phone is prohibited.**
12. **The questions for which OR part in given, this "OR" part in only for visible impaired candidates. If OR part in done by visible impaired it will not be evaluated.**
13. **In case of any ambiguity in Hindi / English version the English version shall be considered authentic.**

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

PART – I

Compulsory Questions

अनिवार्य प्रश्न

1. The value of the integral $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ is-

A. π

B. $\sqrt{\pi}$

C. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

D. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

1. समाकल $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ का मान है-

A. π

B. $\sqrt{\pi}$

C. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

D. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

2. A metric d induced by a norm on a normed space X satisfies-

A. $d(x+a, y+a) = a\, d(x, y)$

B. $d(\alpha x, \alpha y) = \alpha\, d(x, y)$

C. $d(x+a, y+a) = \{d(x, y)\}^{-1}$

D. $d(x+a, y+a) = d(x, y)$ and $d(\alpha x, \alpha y) = |\alpha| d(x, y)$

2. मानकित समष्टि X पर एक नार्म, दूरिक d को प्रेरित करता है जो निम्न प्रतिबंध संतुष्ट करेगा-

A. $d(x+a, y+a) = a\, d(x, y)$

B. $d(\alpha x, \alpha y) = \alpha\, d(x, y)$

C. $d(x+a, y+a) = \{d(x, y)\}^{-1}$

D. $d(x+a, y+a) = d(x, y)$ और $d(\alpha x, \alpha y) = |\alpha| d(x, y)$

3. Let X be a compact space and A be an arbitrary infinite subset of X, then-

A. A has no limit point in X

B. A has infinitely many limit points in X

C. A has at least one limit point in X

D. A has countably infinite number of limit points in X

3. माना X एक संहत समष्टि है एवम् A, X का कोई स्वेच्छ उपसमुच्चय है, तब

A. A, X में कोई सीमा बिन्दु नही रखता है

B. A, X में अनंत सीमा बिन्दु रखता है

C. A, X में कमसे कम एक सीमा बिन्दु रखता है

D. A, X में अनंत गणनीय सीमा बिन्दु रखता है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

4. Consider a metric $d: X \times X \to R$ such that

$$d(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{if } x = y \\ 1 & \text{if } x \neq y \end{cases}$$

then $S_r(x) = \{x\}$ for the following values of r -

A. $r > 0$

B. $r \geq 2$

C. $0 < r \leq 1$

D. $1 < r < 2$

5. Let Q^* be the set of all irrationals, then interior of Q^* is-

A. $\mathbb{R}$

B. Q

C. Q^*

D. $\oint$

6. Let $d: R^2 \times R^2 \to R$ defined as $d(x,y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$ for all $x = (x_1, x_2),\ y = (y_1, y_2) \in R^2$. Then the unit ball B (0, 1) has a geometric shape-

A. Square whose sides are parallel to x and y axes

B. Any arbitrary square

C. Circle whose centre is origin and radius is 1

D. An arbitrary parallelogram

4. दूरिक फलन $d: X \times X \to R$ इस प्रकार परिभाषित है

$$d(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{if } x = y \\ 1 & \text{if } x \neq y \end{cases}$$

तब $S_r(x) = \{x\}$, r के निम्नलिखित मानों के लिए-

A. $r > 0$

B. $r \geq 2$

C. $0 < r \leq 1$

D. $1 < r < 2$

5. माना Q^* सभी अपरिमेय संख्याओं का समुच्चय है, तब Q^* का अभ्यंतर है-

A. $\mathbb{R}$

B. Q

C. Q^*

D. $\oint$

6. माना $d: R^2 \times R^2 \to R$ निम्न प्रकार परिभाषित है

$d(x,y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$

जहाँ $x = (x_1, x_2),\ y = (y_1, y_2) \in R^2$, तब युनिट बॉल B (0, 1) का ज्यामितिय आकार होगा-

A. वर्ग जिसकी भुजाएँ x एवम् y अक्ष के समानान्तर है

B. कोई भी वर्ग

C. वृत्त जिसका केन्द्र मूल बिंदू एवम् त्रिज्या 1 है

D. कोई भी समानान्तर चतुर्भुज

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

7. Let Ω be the collection of all angles and $d : \Omega \times \Omega \to R$ be a mapping defined as
$d(\theta_1, \theta_2) = |\sin\theta_1 - \sin\theta_2|$
Then d is-

A. a metric

B. a Pseudo metric

C. Not a Pseudo metric

D. d is not symmetric

8. A function $f : R \to R$ is defined by $f(x) = x - [x]$
Where [x] stands for greatest integer function of x. Then which of the following set can be a set of discontinuities of f ?

A. Set of rational numbers

B. Set of irrational numbers

C. Set of integers

D. R-set of integers

9. The set $\left\{\frac{|x|}{1+|x|}, x \in \mathbb{R}\right\}$ is-

A. Connected but not compact in $\mathbb{R}$

B. Compact but not connected in $\mathbb{R}$

C. Neither compact nor connected in $\mathbb{R}$

D. Both compact and connected in $\mathbb{R}$

7. माना Ω कोणों का संग्रह है तथा $d : \Omega \times \Omega \to R$ निम्न प्रकार परिभाषित है
$d(\theta_1, \theta_2) = |\sin\theta_1 - \sin\theta_2|$
तब d है-

A. एक दूरिक

B. छद्म दूरिक

C. छद्म दूरिक नही है

D. d सममित नही है

8. एक फलन $f : R \to R$ जो कि निम्न प्रकार से परिभाषित है
$f(x) = x - [x]$
जहाँ $[x], x$ के महत्तम पूर्णांक फलन को निरुपित करता है। तब निम्न में से कौनसा समुच्चय f के असंतत बिन्दुओं को दर्शाता है?

A. परिमेय संख्याओं का समुच्चय

B. अपरिमेय संख्याओं का समुच्चय

C. पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय

D. R-पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय

9. समुच्चय $\left\{\frac{|x|}{1+|x|}, x \in \mathbb{R}\right\}$ है-

A. संबध्द है परन्तु $\mathbb{R}$ में संहत नही है

B. संहत है परन्तु $\mathbb{R}$ में संबध्द नही है

C. न तो संबध्द है न ही $\mathbb{R}$ में संहत है

D. संबध्द एवम् $\mathbb{R}$ में संहत दोनों है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

10. Let Q be the set of all rationals, then the only connected subsets of Q are-

A. All one point sets

B. All two point sets

C. All infinite subsets

D. All countable subsets

11. $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}\right]^{-1} =$

A. e

B. $\frac{1}{e}$

C. 1

D. 0

12. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\log n}{n} =$

A. 0

B. non-zero real number

C. ∞

D. $\log 2$

13. For the Cantor set 'A' which of the following statement is true?

A. A is countable and its measure is zero

B. A is uncountable and its measure is not equal to zero

C. A is uncountable and its measure is equal to zero

D. A is countable and its measure is not equal to zero

10. माना Q सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय है, तब Q के संबध्द उपसमुच्चय हैं-

A. सभी एकल बिन्दु समुच्चय

B. सभी द्वि-बिन्दु समुच्चय

C. सभी अनंत उपसमुच्चय

D. सभी गणनीय उपसमुच्चय

11. $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}\right]^{-1} =$

A. e

B. $\frac{1}{e}$

C. 1

D. 0

12. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\log n}{n} =$

A. 0

B. शून्येत्तर वास्तविक संख्या

C. ∞

D. $\log 2$

13. केण्टर सेट A के लिए निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है?

A. A गणनीय है एवम् इसका मापन (मेजर) शून्य है

B. A अगणनीय है एवम् इसका मापन (मेजर) शून्य नही है

C. A अगणनीय है एवम् इसका मापन शून्य है

D. A गणनीय है एवम् इसका मापन शून्य नहीं है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

14. Let $f:[0,2]\to R$ defined by

$$f(x)=\begin{cases} x+x^2 & \text{when } x \text{ is rational} \\ x^2+x^3 & \text{when } x \text{ is irrational} \end{cases}$$

Then the upper Riemann integral of f over [0, 2] is-

A. $\frac{83}{12}$

B. $\frac{53}{12}$

C. $\frac{73}{12}$

D. $\frac{63}{12}$

15. If C and D form a separation of X and Y is connected subset of X, then which of the following statement is true?

A. $Y\cap C\neq\phi$ and $Y\cap D\neq\phi$

B. $Y\cap C=Y$ or $Y\cap D=Y$

C. $Y\cap C=Y$ and $Y\cap D=Y$

D. $Y\cap C=\phi$ and $Y\cap D=\phi$

16. Let P be a non-empty perfect set in R^k, then P is-

A. a finite set

B. infinite and countable

C. uncountable

D. countable for k = 2

14. माना $f:[0,2]\to R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है-

$$f(x)=\begin{cases} x+x^2 & \text{जब } x \text{ परिमेय है} \\ x^2+x^3 & \text{जब } x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$$

तब f का [0, 2] पर उपरि रीमान समाकल है-

A. $\frac{83}{12}$

B. $\frac{53}{12}$

C. $\frac{73}{12}$

D. $\frac{63}{12}$

15. यदि C एवम् D, X का पृथक्करण करते हैं तथा Y, X का संबध्द उपसमुच्चय है, तब निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

A. $Y\cap C\neq\phi$ एवम् $Y\cap D\neq\phi$

B. $Y\cap C=Y$ अथवा $Y\cap D=Y$

C. $Y\cap C=Y$ एवम् $Y\cap D=Y$

D. $Y\cap C=\phi$ एवम् $Y\cap D=\phi$

16. माना P, R^k में कोई अरिक्त परिपूर्ण समुच्चय है, तब P है-

A. एक परिमित समुच्चय

B. अनंत एवम् गणनीय

C. अगणनीय

D. गणनीय, k = 2 के लिए

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

17. Let A be the set of all integers and J be the set of all natural numbers. Define a mapping $f : J \to A$. Then A is countable if f is-

A. $f(n) = \begin{cases} n & \text{if } n \text{ is even} \\ -n & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$

B. $f(n) = n$ for all n

C. $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{if } n \text{ is even} \\ \frac{n-1}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$

D. $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{if } n \text{ is even} \\ -\left(\frac{n-1}{2}\right) & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$

18. Consider a subspace X of $\mathbb{R}$ such that-

$$X = \{0\} \cup \left\{\frac{1}{n} : n \in Z_+\right\}$$

Where Z_+ is the set of all positive integers. Then-

A. X is compact

B. X is not compact

C. All open coverings of X are not reducible to finite subcover

D. X is not compact but connected

17. माना A सभी पूर्णांको का समुच्चय है एवम् J सभी प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है। $f : J \to A$ एक परिभाषित प्रतिचित्रण है। तब A गणनीय है यदि f है-

A. $f(n) = \begin{cases} n & \text{यदि } n \text{ सम है} \\ -n & \text{यदि } n \text{ विषम है} \end{cases}$

B. $f(n) = n$, सभी n के लिए

C. $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{यदि } n \text{ सम है} \\ \frac{n-1}{2} & \text{यदि } n \text{ विषम है} \end{cases}$

D. $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{यदि } n \text{ सम है} \\ -\left(\frac{n-1}{2}\right) & \text{यदि } n \text{ विषम है} \end{cases}$

18. $X = \{0\} \cup \left\{\frac{1}{n} : n \in Z_+\right\}$, $\mathbb{R}$ एक उपसमष्टि है जहाँ Z_+ सभी धनपूर्णांकों का समुच्चय है, तब-

A. X संहत है

B. X संहत नही है

C. X के सभी विवृत्त आवरण, परिमित उप आवरण में वियोजनीय (रिड्युसीबल) नही है

D. X संहत नही है परन्तु संबध्द है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

19. If $A=\{x_1,x_2,....,x_n\}\subseteq\mathbb{R}$.
Then which of the following is true?

A. $\bar{A}=\phi$

B. $\bar{A}=\mathbb{R}$

C. $\bar{A}=A$

D. $A\subset\bar{A}$

20. For the integral $\int_0^\infty \frac{x^{2m}}{1+x^{2n}}dx$ which of the following is true, where m and n are positive integers?

A. Convergent if $n<m$ and divergent if $n\geq m$

B. Convergent if $n>m$ and divergent if $n\leq m$

C. Convergent if $n\leq m$ and divergent if $n>m$

D. Convergent if $n\geq m$ and divergent if $n<m$

21. Let $B_\alpha=\{(x_1^\alpha,x_2^\alpha,x_3^\alpha),(y_1^\alpha,y_2^\alpha,y_3^\alpha),(z_1^\alpha,z_2^\alpha,z_3^\alpha)\}$ be the subset of R^3. Denote $B=\{B_\alpha\}_{\alpha\in J}$ for some index set J. Then B is the maximal family of bases which spans R^3 if-

A. $J=\phi$

B. J is finite

C. J is infinite and countable

D. J is infinite and uncountable

19. यदि $A=\{x_1,x_2,....,x_n\}\subseteq\mathbb{R}$,
तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है?

A. $\bar{A}=\phi$

B. $\bar{A}=\mathbb{R}$

C. $\bar{A}=A$

D. $A\subset\bar{A}$

20. समाकल $\int_0^\infty \frac{x^{2m}}{1+x^{2n}}dx$ के लिए निम्न में से कौनसा सत्य है, जहाँ m और n धन पूर्णांक है?

A. अभिसारी है यदि $n<m$ एवम् अपसारी है यदि $n\geq m$

B. अभिसारी है यदि $n>m$ एवम् अपसारी है यदि $n\leq m$

C. अभिसारी है यदि $n\leq m$ एवम् अपसारी है यदि $n>m$

D. अभिसारी है यदि $n\geq m$ एवम् अपसारी है यदि $n<m$

21. माना $B_\alpha=\{(x_1^\alpha,x_2^\alpha,x_3^\alpha),(y_1^\alpha,y_2^\alpha,y_3^\alpha),(z_1^\alpha,z_2^\alpha,z_3^\alpha)\}$, R^3 का उपसमुच्चय है। $B=\{B_\alpha\}_{\alpha\in J}$ जहाँ J एक सूचक समुच्चय है। तब B, R^3 को जनित करनेवाले आधारों का महत्तम परिवार होगा यदि-

A. $J=\phi$

B. J परिमित है

C. J अनंत एवम् गणनीय है

D. J अनंत एवम् अगणनीय है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

22. Which of the following real-valued function f is uniformly continuous on an open interval (0, 1)?

A. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

B. $f(x) = \frac{1}{x}$

C. $f(x) = \sin\frac{1}{x}$

D. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

23. Let $\{x_n\}$ be a sequence of non-negative real numbers, then which of the following holds-

A. $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} x_n^2 = 0$

B. $\overline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} x_n^2 = 0$

C. $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \{x_n\}$ is bounded

D. $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n^2 > 4 \Rightarrow \overline{\lim}_{n\to\infty} x_n > 4$

24. For $a > 0$, the series $\sum_{n=1}^{\infty} a^{\log n}$ is convergent if and only if-

A. $0 < a < e$

B. $0 < a \le e$

C. $0 < a < \frac{1}{e}$

D. $0 < a \le \frac{1}{e}$

22. निम्न में से कौनसा वास्तविक मान फलन f विवृत्त अंतराल (0, 1) पर एक समान रुप से संतत है?

A. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

B. $f(x) = \frac{1}{x}$

C. $f(x) = \sin\frac{1}{x}$

D. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

23. माना $\{x_n\}$ शून्येत्तर वास्तविक संख्याओं का कोई अनुक्रम है तब निम्न में से कौन सा कथन-

A. $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} x_n^2 = 0$

B. $\overline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} x_n^2 = 0$

C. $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \{x_n\}$ परिबध्द है

D. $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n^2 > 4 \Rightarrow \overline{\lim}_{n\to\infty} x_n > 4$

24. $a > 0$ के लिए, श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} a^{\log n}$ अभिसारी होगी यदि और केवल यदि-

A. $0 < a < e$

B. $0 < a \le e$

C. $0 < a < \frac{1}{e}$

D. $0 < a \le \frac{1}{e}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

25. Let (R, d) be a usual metric space and $f : R \to R$ defined by $f(x) = x^2$, then which of the following statement is true?

A. f is both continuous and uniformly continuous

B. f is neither continuous nor uniformly continuous

C. f is continuous but not uniformly continuous

D. f is not continuous but uniformly continuous

26. If α and β are any two vectors of an inner product space V and $|(\alpha,\beta)| = \|\alpha\| \, \|\beta\|$, then -

A. α and β are linearly independent

B. α is orthogonal to β

C. α and β are linearly dependent

D. α and β are non collinear vectors

27. Let E be a non-compact set in $\mathbb{R}$, then which of the following statement is true?

A. Every continuous function on E is bounded

B. Every continuous function on E is unbounded

C. There exists a continuous function on E which is not bounded

D. None of these

25. माना (R, d) एक सामान्य दूरिक समष्टि है एवम् $f : R \to R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है $f(x) = x^2$, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है?

A. f संतत एवम् एक समान रूप से संतत है

B. f न तो संतत है न ही एक समान रूप से संतत है

C. f संतत है किन्तु एक समान रुप से संतत नहीं है

D. f संतत नही है किन्तु एक समान रुप से संतत है

26. यदि α एवम् β एक आन्तर गुणन समष्टि V के सदिश हैं तथा $|(\alpha,\beta)| = \|\alpha\| \, \|\beta\|$, तब-

A. α एवम् β रैखिकत: स्वतंत्र हैं

B. α, β पर लाम्बिक है

C. α एवम् β रैखिकत: परतंत्र है

D. α एवम् β सम रैखिक नही हैं

27. माना E, $\mathbb{R}$ में एक असंहत समुच्चय है तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है?

A. E पर परिभाषित प्रत्येक संतत फलन परिबध्द है

B. E पर परिभाषित प्रत्येक संतत फलन अपरिबध्द है

C. E पर परिभाषित एक संतत फलन इस प्रकार उपस्थित होगा कि वह अपरिबध्द है

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

28. Let $f_m(x) = \lim_{n\to\infty} (\cos m!\pi x)^{2n}$
Where m = 1, 2, 3, ….,
Then $\lim_{m\to\infty} f_m(x) = ...$

A. 1 for irrational x
B. 0 for rational x
C. 1 for rational x
D. 0 for real x

29. If f is a continuous mapping of a compact metric space X into $\mathbb{R}^k$. Then f(X) is-

A. Closed but not bounded
B. Bounded but not closed
C. Both closed and bounded
D. Neither closed nor bounded

30. Let $U = \{(a,b,c) \mid a+2b-3c=0,$
$2a+5b+2c=0, 3a-b-4c=0\} \subset R^3$
Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & -4 \end{bmatrix}$, Then-

A. dim U = 1, rank A = 2
B. dim U = 1, rank A = 3
C. dim U = 3, rank A = 3
D. dim U = 0, rank A = 3

28. माना $f_m(x) = \lim_{n\to\infty} (\cos m!\pi x)^{2n}$
जब m = 1, 2, 3, ….,
तब $\lim_{m\to\infty} f_m(x) = ...$

A. 1 जब x अपरिमेय
B. 0 जब x परिमेय
C. 1 जब x परिमेय
D. 0 जब x वास्तविक

29. यदि f संहत दूरिक समष्टि X से $\mathbb{R}^k$ में एक संतत फलन है, तब f(X) है-

A. संवृत्त परन्तु अपरिबध्द
B. परिबध्द परन्तु संवृत्त नही
C. संवृत्त एवम् परिबध्द दोनों
D. न संवृत्त न परिबध्द

30. माना $U = \{(a,b,c) \mid a+2b-3c=0,$
$2a+5b+2c=0, 3a-b-4c=0\} \subset R^3$
माना $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & -4 \end{bmatrix}$, तब-

A. विमा U = 1, जाति A = 2
B. विमा U = 1, जाति A = 3
C. विमा U = 3, जाति A = 3
D. विमा U = 0, जाति A = 3

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

31. Let (X, d) be a metric space and let $A \subseteq X$. For $x \in X$, define $d(x, A) = \inf \{d(x, a) : a \in A\}$, if $\forall x \in X,\ d(x, A) = 0$, then which of the following assertions must be true?

A. A = X

B. A is closed

C. A is compact

D. A is dense in X

31. माना (X, d) एक दूरिक समष्टि है एवम् $A \subseteq X$. $d(x, A) = \inf \{d(x, a) : a \in A\}$ प्रत्येक $x \in X$ के लिए परिभाषित है, यदि $d(x, A) = 0,\ \forall x \in X$ तब निम्न में कौनसा सत्य है?

A. A = X

B. A संवृत्त है

C. A संहत है

D. A, X में सघन है

32. Which of the following sets of function from $\mathbb{R}$ to $\mathbb{R}$ is a vector space over $\mathbb{R}$.

$S_1 = \left\{f \mid \lim_{x \to 4} f(x) = 0\right\}$

$S_2 = \left\{g \mid \lim_{x \to 4} g(x) = 1\right\}$

$S_3 = \left\{h \mid \lim_{x \to 4} h(x) \text{ exists}\right\}$

A. Only S_1

B. Only S_2

C. Both S_1 and S_3

D. Both S_2 and S_3

32. $\mathbb{R}$ से $\mathbb{R}$ में परिभाषित फलनों के निम्नलिखित समुच्चयों में कौन से समुच्चय $\mathbb{R}$ पर सदिश समष्टि है-

$S_1 = \left\{f \mid \lim_{x \to 4} f(x) = 0\right\}$

$S_2 = \left\{g \mid \lim_{x \to 4} g(x) = 1\right\}$

$S_3 = \left\{h \mid \lim_{x \to 4} h(x) \text{ exists}\right\}$

A. केवल S_1

B. केवल S_2

C. S_1 एवम् S_3 दोनों

D. S_2 एवम् S_3 दोनों

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

33. Let $f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sqrt{n}}$
(x real, n = 1, 2, 3, ….)
and $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x)$
then which of the following is true?

A. $\underset{n\to\infty}{Lt}\ f_n' = f'$

B. $\underset{n\to\infty}{Lt}\ f_n'(0) = \infty$

C. $f'(0) = \infty$

D. $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = \pi$

34. The space $C[a,b]$, the set of all functions x, y, ….. which are functions of an independent variable t and are defined on the closed interval $J = [a,b]$ where-

A. x, y,…. are complex valued and continuous

B. x, y,…. are real valued and bounded

C. x, y,…. are real valued and continuous

D. x, y,…. are complex valued and bounded

33. माना $f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sqrt{n}}$
(x वास्तविक, n = 1, 2, 3, ….)
एवम् $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x)$
तब निम्न में से कौनसा सत्य है?

A. $\underset{n\to\infty}{Lt}\ f_n' = f'$

B. $\underset{n\to\infty}{Lt}\ f_n'(0) = \infty$

C. $f'(0) = \infty$

D. $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = \pi$

34. समष्टि $C[a,b]$ स्वतंत्र चर t के फलनों का समुच्चय x, y, ….. जो एक संवृत अंतराल $J = [a,b]$ पर परिभाषित है, जब-

A. x, y,….सम्मिश्र मानी एवम् संतत

B. x, y,….वास्तविक मानी एवम् परिबध्द

C. x, y,….वास्तविक मानी एवम् संतत

D. x, y,….सम्मिश्र मानी एवम् परिबध्द

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

35. Let f be monotonically increasing on an open interval (a, b) then-

A. both $f(x+)$ and $f(x-)$ does not exist for some $x \in (a,b)$

B. $\sup_{a<t<x} f(t) \le f(x) \le \inf_{x<t<b} f(t)$

C. $\inf_{x<t<b} f(t) \le f(x) \le \sup_{a<t<x} f(t)$

D. $\inf_{x<t<b} f(t) = f(x) = \sup_{a<t<x} f(t)$

36. Let A be the set of all sequences whose elements are the digits 0 and 1. Then A is-

A. finite

B. countable

C. at most countable

D. uncountable

37. The rank, index and signature of a quadratic form given below respectively. Then which of the following is true?

A. 3, 1, 1

B. 3, 3, 2

C. 3, 2, -1

D. 3, 1, -1

35. माना f विवृत अंतराल (a, b) पर एकदिष्ट वर्धमान फलन है, तब-

A. $f(x+)$ एवम् $f(x-)$ दोनों विद्यमान नही होंगे कुछ $x \in (a,b)$ के लिए

B. $\sup_{a<t<x} f(t) \le f(x) \le \inf_{x<t<b} f(t)$

C. $\inf_{x<t<b} f(t) \le f(x) \le \sup_{a<t<x} f(t)$

D. $\inf_{x<t<b} f(t) = f(x) = \sup_{a<t<x} f(t)$

36. माना A उन सभी अनुक्रमों का समुच्चय है जिनके अंक 0 एवम् 1 है, तब समुच्चय A है-

A. परिमित

B. गणनीय

C. अधिकतम् गणनीय

D. अगणनीय

37. यदि एक समघात की जाति, सूचकांक एवं चिन्हिका इसी क्रम में दिये गये हैं तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है?

A. 3, 1, 1

B. 3, 3, 2

C. 3, 2, -1

D. 3, 1, -1

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

38. In which of the following space, the law of parallelogram is true?

A. ℓ_1^1

B. ℓ_2^2

C. ℓ_1^∞

D. $\ell_1^n (n > 2)$

39. If A is any arbitrary orthogonal matrix, then-

A. $|A| = 1$

B. $|A| = -1$

C. $|A| = \pm 1$

D. $|A| = 0$

40. Let M_{22} be the inner product space, if $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$ and $(A,B) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_4b_4$ then the angle between $\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $\beta = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (where $\alpha, \beta \in M_{22}$)

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

38. निम्न में से किस समष्टि पर, समान्तर चतुर्भुज नियम सत्य है?

A. ℓ_1^1

B. ℓ_2^2

C. ℓ_1^∞

D. $\ell_1^n (n > 2)$

39. यदि A कोई स्वेच्छ लाम्बिक आव्यूह है तब-

A. $|A| = 1$

B. $|A| = -1$

C. $|A| = \pm 1$

D. $|A| = 0$

40. माना M_{22} एक आन्तर गुणन समष्टि है, यदि $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$ एवम् $B = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$, एवम् $(A,B) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_4b_4$ तब $\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ के बीच का कोण हैं (जब $\alpha, \beta \in M_{22}$)

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

41. Let X be a complete metric space and Y be a complete subspace of X. Then Y is-

A. open

B. closed

C. neither open nor closed

D. both open and closed

42. Let $T : R^n \to R^n$ be a linear transformation satisfies $T^2 - T + I = 0$. Then which of the following is true?

A. T – I is not invertible

B. T has a real eigen value

C. $T^3 + I = 0$

D. T is not invertible

43. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & t & 0 \\ 1 & 1 & t \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ where $t \in \mathbb{R}$

Then which of the following is true?

A. $|A|$ is a polynomial of degree 2 in t

B. $|A| = 0$ for all $t \in \mathbb{R}$

C. $|A| = 0$ for infinitely many $t \in \mathbb{R}$

D. $|A| = 0$ for exactly one value of $t \in \mathbb{R}$

41. माना X एक पूर्ण दूरिक समष्टि है एवम् Y, X की एक पूर्ण उपसमष्टि है, तब Y है-

A. विवृत

B. संवृत

C. न संवृत न ही विवृत

D. विवृत एवम् संवृत दोनों

42. माना $T : R^n \to R^n$ एक रैखिक प्रतिचित्रण है, जो $T^2 - T + I = 0$ को संतुष्ट करता है। तब निम्न में से कौनसा सत्य है?

A. T – I व्युत्क्रमणीय नही है

B. T एक वास्तविक आइगन मान रखता है

C. $T^3 + I = 0$

D. T व्युत्क्रमणीय नही है

43. माना $A = \begin{bmatrix} 1 & t & 0 \\ 1 & 1 & t \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

जब $t \in \mathbb{R}$

तब निम्न में से कौनसा सत्य है?

A. $|A|$, t में दो घात का एक बहुपद है

B. $|A| = 0$ सभी $t \in \mathbb{R}$ के लिए

C. $|A| = 0$, $t \in \mathbb{R}$ के अनंत मानो के लिए

D. $|A| = 0$, $t \in \mathbb{R}$ के केवल एक मान के लिए

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

44. A is any Cantor set, then A is-

A. Every-where dense

B. No where dense

C. Countable

D. Not compact

45. Which of the following matrices is not diagonalizable?

A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

46. Each element $x = (\xi_j) \in \ell^p$ for some P is-

A. n-tuple for $p \geq 1$

B. a sequence of real or complex numbers for $p \geq 1$

C. a sequence of real or complex numbers for $p \geq 0$

D. countably infinite tuple for $p \geq 1$

44. A एक केन्टर सेट है, तब A है-

A. सर्वत्र सघन

B. नकुत्रापि सघन

C. गणनीय

D. असंहत

45. निम्नलिखित आव्यूहों में से कौन विकर्णनीय नहीं है?

A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

46. किन्हीं P के लिए प्रत्येक अवयव $x = (\xi_j) \in \ell^p$ हैं-

A. n-टपल $p \geq 1$

B. वास्तविक एवम् संमिश्रित संख्याओं का अनुक्रम, $p \geq 1$

C. वास्तविक एवम् संमिश्रित संख्याओं का अनुक्रम, $p \geq 0$

D. गणनीय अनंत – टपल, $p \geq 1$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

47. Let $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

The largest eigen value of A is-

A. 1

B. 5

C. 7

D. 3

48. For which value of λ and μ, the following system of linear equations has no solution

$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9$

$7x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8$

$2x_1 + 3x_2 + \lambda x_3 = \mu$

A. $\lambda = 5, \mu = 9$

B. $\lambda \neq 5, \mu > 0$

C. $\lambda \neq 5, \mu \neq 9$

D. $\lambda = 5, \mu \neq 9$

49. Suppose $f_n \to f$ uniformly on a set E in a metric space. Let x be a limit point of E and $\lim_{t \to x} f_n(t) = A_n$ (n = 1, 2, 3, …). Then the sequence $\{A_n\}$ is-

A. Convergent

B. Divergent

C. Oscillatory

D. Unbounded

47. माना $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

तब A का सबसे बड़ा आइगन मान है-

A. 1

B. 5

C. 7

D. 3

48. λ एवम् μ के किन मानों के लिए, निम्न समीकरण समुदाय का कोई हल नहीं है-

$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9$

$7x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8$

$2x_1 + 3x_2 + \lambda x_3 = \mu$

A. $\lambda = 5, \mu = 9$

B. $\lambda \neq 5, \mu > 0$

C. $\lambda \neq 5, \mu \neq 9$

D. $\lambda = 5, \mu \neq 9$

49. माना $f_n \to f$ एक समान रुप से, दूरिक समष्टि के किसी समुच्चय E पर अभिसारी है। माना x, E का सीमा बिन्दु है एवम् $\lim_{t \to x} f_n(t) = A_n$ (n = 1, 2, 3, …) तब अनुक्रम $\{A_n\}$ है-

A. अभिसारी

B. अपसारी

C. दोलायमान

D. अपरिबध्द

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

50. Let $f_n(x) = \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$ (x real, n = 0, 1, 2, ...) and let $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$.

Then the value of $f(x)$ is (when $x \neq 0$)

A. 0

B. x^2

C. $1+x^2$

D. $(1+x^2)^n$

51. A function $f : R \to R$ is defined as $f(x) = |x|$, then $f'_-(0)$ and $f'_+(0)$ are respectively-

A. 1, 1

B. 0, 1

C. 1, 0

D. -1, 1

50. माना

$f_n(x) = \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$ (x वास्तविक, n = 0, 1, 2, ...) एवम् $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$,

तब $f(x)$ का मान है (जब $x \neq 0$)

A. 0

B. x^2

C. $1+x^2$

D. $(1+x^2)^n$

51. फलन $f : R \to R$, $f(x) = |x|$ परिभाषित है, तब $f'_-(0)$ और $f'_+(0)$ क्रमश: होंगे।

A. 1, 1

B. 0, 1

C. 1, 0

D. -1, 1

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

52. A function f(x) is continuous in an interval [a, b] has the following property.

A. f(x) is unbounded on [a, b]

B. f(x) has minimum but f(x) has no maximum

C. If $f(\alpha) = A$ and $f(\beta) = B$ $a \le \alpha < \beta \le b$, then for C between A and B, $\exists$ at least one value $x = y$ such that $f(y) = C$ for $x \in [a, b]$.

D. f(x) has maximum but has no minimum

53. Which of the following subsets of $\mathbb{R}^3$ constitute a subspace of $\mathbb{R}^3$, for $x = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$.

A. All x with $\xi_1 = \xi_2$ and $\xi_3 = 0$

B. All x with $\xi_1 = \xi_2 + 1$

C. All x with positive ξ_1, ξ_2, ξ_3

D. All x with $\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 = K\,(\text{constant})$

52. अंतराल [a, b] में एक संतत फलन f(x) के लिए निम्न गुण है।

A. अंतराल [a, b] पर f(x) अपरिबध्द है

B. f(x) के लिए न्यूनतम है परंतु अधिकतम नहीं है

C. यदि $f(\alpha) = A$ और $f(\beta) = B$ $a \le \alpha < \beta \le b$ तब A और B के मध्य C के लिए कम से कम एक मान $x = y$ इस प्रकार है $f(y) = C \quad \forall x \in [a, b]$

D. f(x) के लिए अधिकतम है परंतु न्यूनतम नहीं

53. $x = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ के लिए निम्न में कौनसा उपसमुच्चय $\mathbb{R}^3$ में $\mathbb{R}^3$ का एक उपसमूह बनाता हैं।

A. सभी x, $\xi_1 = \xi_2$ के साथ और $\xi_3 = 0$

B. सभी x, $\xi_1 = \xi_2 + 1$ के साथ

C. सभी x धनात्मक ξ_1, ξ_2, ξ_3 के साथ

D. सभी x, $\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 = K$ (अचर)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

54. Consider the upper and lower Riemann integrals of a function f over [a, b]

$$\int_a^{-b} f\,dx = \inf U(p,f)$$

$$\int_{-a}^{b} f\,dx = \sup L(p,f)$$

for some partition p of [a, b], then-

A. The inf U (p, f) and sup L (p, f) are taken over all continuous functions

B. The inf U (p, f) and sup L (p, f) are taken over all partitions p of [a, b]

C. The inf U (p, f) and sup L (p, f) are taken over finitely many partitions p of [a, b]

D. The inf U (p, f) and sup L (p, f) are taken over countably infinite partitions p of [a, b]

54. मानलो अंतराल [a, b] पर एक फलन f के निम्न एवं उपरी रीमान समाकल है।

$$\int_a^{-b} f\,dx = \inf U(p,f)$$

$$\int_{-a}^{b} f\,dx = \sup L(p,f)$$

अंतराल [a, b] के विभाजन p के लिए। तब-

A. inf U (p, f) और sup L (p, f) सभी संतत फलनों पर लिया जा सकता है

B. inf U (p, f) और sup L (p, f) [a, b] के सभी विभाजन p पर लिया जा सकता है

C. inf U (p, f) और sup L (p, f) अंतराल [a, b] के बहुत सारे विभाजन p पर लिया जा सकता है

D. inf U (p, f) और sup L (p, f) अंतराल [a, b] के गणनीय विभाजन p पर लिया जा सकता है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

55. Consider the subspace $X = (0,1]$ of the real line. Define a sequence $\{x_n\} = \left\{\frac{1}{n}\right\}$, then-

A. $\{x_n\}$ is not a Cauchy sequence but convergent

B. $\{x_n\}$ is a Cauchy sequence which is convergent-

C. $\{x_n\}$ is a Cauchy sequence which is not convergent

D. $\{x_n\}$ is neither Cauchy nor convergent

55. वास्तविक रेखा पर $X = (0,1]$ एक उपसमष्टि है। एक अनुक्रम $\{x_n\} = \left\{\frac{1}{n}\right\}$, तब-

A. $\{x_n\}$ कॉशी अनुक्रम नहीं है परंतु अभिसारी है।

B. $\{x_n\}$ कॉशी अनुक्रम है जो अभिसारी है।

C. $\{x_n\}$ कॉशी अनुक्रम हैं जो अभिसारी नहीं हैं।

D. $\{x_n\}$ ना तो कॉशी है ना ही अभिसारी है।

56. Consider a function $h : (0,1) \to R$ defined by $h(x) = \frac{1}{x}$, then-

A. h is both continuous and uniformly continuous

B. h is continuous but not uniformly continuous

C. h is not continuous but uniformly continuous

D. h is neither continuous nor uniformly continuous

56. मानलो $h : (0,1) \to R$, $h(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, तब-

A. h, संतत और एकसमान संतत दोनों है

B. h संतत है परंतु एकसमान संतत नहीं है

C. h संतत नही है परंतु एकसमान संतत है

D. h ना ही संतत है ना ही एकसमान संतत है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

57. Given a matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{bmatrix}$$

For what choice of a, b, c, the rank of a matrix A is equal to 1.

A. $a = b \neq c$

B. a, b, c are all different but $a + b + c = 0$

C. a, b, c are all different but $a + b + c \neq 0$

D. $a = b = c$

58. Given a matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

then A satisfies-

A. $A^3 - 5A^2 - 9A - 3I = 0$

B. $A^3 - 6A^2 - 9A - 4I = 0$

C. $A^3 - 4A^2 - 9A - 4I = 0$

D. $A^3 - 6A^2 - 9A = 6I$

57. एक आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{bmatrix}$$

दिया है। a, b, c के किस चयन के लिये आव्यूह A की जाति 1 के बराबर है।

A. $a = b \neq c$

B. a, b, c सभी भिन्न है परंतु $a + b + c = 0$

C. a, b, c सभी भिन्न है परंतु $a + b + c \neq 0$

D. $a = b = c$

58. दिया है एक आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

तब A संतुष्ट करेगा

A. $A^3 - 5A^2 - 9A - 3I = 0$

B. $A^3 - 6A^2 - 9A - 4I = 0$

C. $A^3 - 4A^2 - 9A - 4I = 0$

D. $A^3 - 6A^2 - 9A = 6I$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

59. Let X be a metric space and $S_r(x)$ the open sphere in X with center x and radius r. Let A be the subset of X with diameter less than r which intersects $S_r(x)$. Then-

A. $S_{2r}(x) \subseteq A$

B. $A \subseteq S_{2r}(x)$

C. $S_r(x) \subseteq A$

D. $A \subseteq S_r(x)$

60. Let $\{x_n\}$ be a convergent sequence in a metric space with infinitely many distinct point and $\lim_{n\to\infty} x_n = x$. Define $A = \{x_n : x_n \in \{x_n\}\}$. Then -

A. x is a limit point of A

B. x is not a limit point of A

C. x is a limit point of some finite subset of A

D. x is a limit point of complement of A

59. मानलो X एक सदिश समष्टि है। और केन्द्र x और त्रिज्या r के साथ X में एक विवृत गोला $S_r(x)$ है। मानलो A, X का उपसमुच्चय है। जिसका व्यास r से कम है, $S_r(x)$ को प्रतिच्छेद करता है तब-

A. $S_{2r}(x) \subseteq A$

B. $A \subseteq S_{2r}(x)$

C. $S_r(x) \subseteq A$

D. $A \subseteq S_r(x)$

60. सदिश समष्टि में मानको $\{x_n\}$ एक अभिसारी अनुक्रम है और $\lim_{n\to\infty} x_n = x$

$A = \{x_n : x_n \in \{x_n\}\}$

तब-

A. x, A का सीमा बिंदु है

B. x, A का सीमा बिंदु नहीं है

C. x, A के परिमित उपसमुच्चय में सीमा बिंदु है

D. x, A के पूरक में सीमा बिंदु है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

PART – II (A)

Candidates who have opted for **Mathematics** at the time of application, **should solve** this section and candidates who have opted for **Statistics** at the time of application, **should not solve** this section.

जिन उम्मीदवारों ने आवेदन के समय **गणित** का विकल्प चुना था, वे इस भाग को **हल करें** और जिन उम्मीदवारों ने आवेदन के समय **सांख्यिकी** का विकल्प चुना था, वे इस भाग को **हल नहीं करें**।

Mathematics

61. The integral surface of the equation

$$y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=x^2+y^2,$$

which passes through the curve

$$x=1-t, y=1+t, z=1+t^2$$

is-

A. $z=xy+\frac{1}{8}(x^2-y^2)^2$

B. $z=xy+\frac{1}{2}(x^2+y^2)^2$

C. $z=-xy+\frac{3}{4}(x^2-y^2)^2$

D. $z=xy+\frac{1}{2}(x^2-y^2)^2$

गणित

61. समीकरण

$y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=x^2+y^2$ का वक्र

$x=1-t, y=1+t, z=1+t^2$

से गुजरने वाली समाकल पृष्ठ होगा-

A. $z=xy+\frac{1}{8}(x^2-y^2)^2$

B. $z=xy+\frac{1}{2}(x^2+y^2)^2$

C. $z=-xy+\frac{3}{4}(x^2-y^2)^2$

D. $z=xy+\frac{1}{2}(x^2-y^2)^2$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

62. The Cauchy problem:

$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=e^{x+y};\ x,y\in\mathbb{R}$ with $z(x,y)=0$ on $cx+dy=0$, where $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ and $c^2+d^2\neq 0$, has a unique solution if-

A. $ac-bd\neq 0$

B. $ad-bc\neq 0$

C. $ac+bd\neq 0$

D. $ad+bc\neq 0$

63. Let X be a compact Hausdorff space, then X is uncountable provided-

A. X has no limit point

B. X has at least one limit point

C. Each point of X is a limit point of X

D. X has only finitely many limit points

64. The equation $(\alpha xy^2-y\sin x)dx+(x^2y+\beta\cos x)dy=0$ is exact for-

A. $\alpha=-1,\beta=1$

B. $\alpha=0,\beta=1$

C. $\alpha=1,\beta=-1$

D. $\alpha=1,\beta=1$

62. कौशी समस्या

$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=e^{x+y};\ x,y\in\mathbb{R}$; $cx+dy=0$, पर $z(x,y)=0$, जहाँ $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ तथा $c^2+d^2\neq 0$; का अद्वितीय हल होगा, यदि-

A. $ac-bd\neq 0$

B. $ad-bc\neq 0$

C. $ac+bd\neq 0$

D. $ad+bc\neq 0$

63. मानलो X एक हाउसडार्फ समष्टि है तब X अगणनीय है जब-

A. X के सीमा बिंदु नही है

B. X के लिए न्यूनतम एक सीमा बिंदु है

C. X का प्रत्येक बिंदु, X का सीमा बिंदु है

D. X के केवल परिमित अनेक सीमाबिंदु है

64. समीकरण $(\alpha xy^2-y\sin x)dx+(x^2y+\beta\cos x)dy=0$ यथार्थ होगा-

A. $\alpha=-1,\beta=1$

B. $\alpha=0,\beta=1$

C. $\alpha=1,\beta=-1$

D. $\alpha=1,\beta=1$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

65. For the function

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{\cos z}{z^2-\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2}, & \text{if } z\neq\pm\pi/2\\[2ex] -\dfrac{1}{\pi}, & \text{if } z=\pm\pi/2\end{cases}$$

Which one of the following statement is true?

A. $z=\pm\dfrac{\pi}{2}$ are singular points

B. $z=\pm\dfrac{\pi}{2}$ are simple poles

C. $z=\pm\dfrac{\pi}{2}$ are removable singularities

D. $f(z)$ is an entire function

65. फलन

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{\cos z}{z^2-\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2}, & \text{यदि } z\neq\pm\pi/2\\[2ex] -\dfrac{1}{\pi}, & \text{यदि } z=\pm\pi/2\end{cases}$$

के लिए निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

A. $z=\pm\dfrac{\pi}{2}$ विचित्रता बिन्दू है

B. $z=\pm\dfrac{\pi}{2}$ सरल ध्रुव हैं

C. $z=\pm\dfrac{\pi}{2}$ अपनेय विचित्रता हैं

D. $f(z)$ सर्वत्र विश्लेषिक फलन है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

66. The extremal of the functional

$$J[y] = \int_0^{\pi/4} (y''^2 - y^2 + x^2)^2 dx,$$

$y \in C^2[0, \pi/4]$, is of the form (with C_1, C_2, C_3, C_4 being constants)

$\left[y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2} \right]$

A. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 \sin x + C_4 \cos x$

B. $y = C_1 e^x + C_2 \sin x$

C. $y = C_1 e^{-x} + C_2 \sin x + C_3 \cos x$

D. $y = C_1 e^x + C_2 \sin x + C_3 \cos x$

67. If G is a finite group and H is a normal subgroup of G, then the order of G/H (i.e) o(G/H) is equal to -

A. $\frac{o(G)}{o(H)}$

B. $\frac{o(H)}{o(G)}$

C. $o(G)o(H)$

D. $o(G)+o(H)$

66. फलनक

$$J[y] = \int_0^{\pi/4} (y''^2 - y^2 + x^2)^2 dx,$$

$y \in C^2[0, \pi/4]$ का चरम मान निम्न रुप में होगा (जहाँ C_1, C_2, C_3, C_4 अचर हैं)

$\left[y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2} \right]$

A. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 \sin x + C_4 \cos x$

B. $y = C_1 e^x + C_2 \sin x$

C. $y = C_1 e^{-x} + C_2 \sin x + C_3 \cos x$

D. $y = C_1 e^x + C_2 \sin x + C_3 \cos x$

67. यदि G एक परिमित समूह तथा H, G का एक प्रासामान्य उपसमूह है, तो G/H की कोटि o(G/H) बराबर है-

A. $\frac{o(G)}{o(H)}$

B. $\frac{o(H)}{o(G)}$

C. $o(G)o(H)$

D. $o(G)+o(H)$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

68. For the function-

$$f(z)=\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)}$$

A. $f(z)$ has finite number of singular points

B. $f(z)$ has uncountably infinite number of isolated singular point

C. $f(z)$ has one non-isolated singular point

D. None of these

68. फलन $f(z)=\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)}$ के लिए-

A. $f(z)$ का परिमित संख्या में विचित्र बिन्दु हैं

B. $f(z)$ का अगणनीय अनंत संख्या में वियुक्त विचित्र बिन्दु हैं

C. $f(z)$ का एक अ-वियुक्त विचित्र बिन्दु है

D. इनमें से कोई नहीं

69. If $0<|Z|<4$, then expansion of $\frac{1}{4Z-Z^2}$ is-

A. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{Z^{n+1}}{4^{n+1}}$

B. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n Z^{n+1}}{4^{n+1}}$

C. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{Z^{n-1}}{4^{n+1}}$

D. None of these

69. यदि $0<|Z|<4$ है, तो $\frac{1}{4Z-Z^2}$ का प्रसार होगा-

A. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{Z^{n+1}}{4^{n+1}}$

B. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n Z^{n+1}}{4^{n+1}}$

C. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{Z^{n-1}}{4^{n+1}}$

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

70. Find the constants a and b such that the function $f(z)$ is analytic, where $f(z) = \cos x(\cos hy + a\sin hy) + i\sin x(\cos hy + b\sin hy)$

A. $a = 1, b = 1$

B. $a = -1, b = 1$

C. $a = 1, b = -1$

D. $a = -1, b = -1$

71. The initial value problem $\frac{dy}{dx} = x + \frac{y}{x},\ x > 0;\ y(0) = 0$ has-

A. a unique solution

B. Infinitely many solutions

C. no solution

D. exactly two solutions

70. अचर a तथा b इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि फलन $f(z)$ विश्लेषिक हो, जहाँ-

$f(z) = \cos x(\cos hy + a\sin hy) + i\sin x(\cos hy + b\sin hy)$

A. $a = 1, b = 1$

B. $a = -1, b = 1$

C. $a = 1, b = -1$

D. $a = -1, b = -1$

71. प्रारम्भिक मान समस्या $\frac{dy}{dx} = x + \frac{y}{x},\ x > 0;\ y(0) = 0$ का-

A. अद्वितीय हल है

B. अनंत हल है

C. कोई हल नही है

D. यथार्थत: दो हल है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

72. Let $y(x)$ be the solution to the initial value problem:

$\frac{dy}{dx} = x + y^2$, subject to $y(0) = 1$.

Using the Runge-Kutta method of order 2 with the step-size $h = 0.1$, an approximate value of $y(0.2)$ correct to two decimal places is-

A. 1.27

B. 0.27

C. 1.35

D. 0.35

73. Let A be the connected subset of X, let D(A) be the set of all limit points of A. Define $B = \{A \cup \{x\}, x \in D(A)\}$ and $\bar{A} = A \cup D(A)$, then -

A. $\bar{A}$ is not connected

B. B is not connected

C. B is connected

D. B is connected only when $B = \bar{A}$

72. माना कि $y(x)$ प्रारम्भिक मान समस्या $\frac{dy}{dx} = x + y^2$, $y(0) = 1$ का हल है। कोटि 2 का रूंगे-कुट्टा विधि से स्टेप माप $h = 0.1$ लेते हुए दशमलव के दो स्थान तक $y(0.2)$ का लगभग मान है-

A. 1.27

B. 0.27

C. 1.35

D. 0.35

73. मानलो A, X का संबध्द उपसमुच्चय है D(A), A के सभी सीमा बिंदुओं का समुच्चय है। $B = \{A \cup \{x\}, x \in D(A)\}$ और $\bar{A} = A \cup D(A)$, तब-

A. $\bar{A}$ संबध्द नहीं है

B. B संबध्द नहीं है

C. B संबध्द है

D. B संबध्द है जब $B = \bar{A}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

74. The value of $\int_C \frac{1}{(z^2+4)^2} dz$, where C is the circle $|z-i|=2$ traversed anti-clockwise, is-

A. $\pi/2$

B. $\frac{\pi}{16}$

C. 2π

D. 0

74. $\int_C \frac{1}{(z^2+4)^2} dz$ का मान, जहाँ C वामावर्त दिशा में मापा गया एक वृत्त $|z-i|=2$ है, होगा-

A. $\pi/2$

B. $\frac{\pi}{16}$

C. 2π

D. 0

75. Let (q, p) be canonical variables. Consider the following transformations:

(I) $(Q,P)=(p^2+q,\ p)$

(II) $(Q,P)=\left(\frac{1}{p},\ qp^2\right)$

Then-

A. Only the transformation given in (I) is Canonical

B. Only the transformation given in (II) is Canonical

C. All the transformations given in (I) and (II) are Canonical

D. None of the transformations given in (I) and (II) are Canonical

75. माना (q, p) विहित चर हैं। निम्न रुपांतरणों पर विचार कीजिए-

(I) $(Q,P)=(p^2+q,\ p)$

(II) $(Q,P)=\left(\frac{1}{p},\ qp^2\right)$

तब-

A. केवल (I) में दिया गया रूपांतरण विहित है

B. केवल (II) में दिया गया रूपांतरण विहित है

C. (I) एवं (II) दोनों में दिया गया रूपांतरण विहित है

D. (I) तथा (II) में दिए गए कोई भी रूपांतरण विहित नहीं है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

76. Correct matching among the following-

Group – I

(I) Fermat's theorem

(II) Fermat's little theorem

(III) Euler's theorem

(IV) Wilson's theorem

Group – II

(a) $(p-1)! \equiv 1 (\text{mod}\, p)$, p is prime

(b) $a^{\phi(n)} \equiv 1 (\text{mod}\, p)$, n is a +ve integer and p is a prime number

(c) $a^p \equiv a (\text{mod}\, p)$, p is prime

(d) $a^{p-1} \equiv 1 (\text{mod}\, p)$, p is prime

A. I-c, II-d, III-b, IV-a

B. I-d, II-b, III-a, IV-c

C. I-b, II-a, III-c, IV-d

D. I-a, II-c, III-d, IV-b

76. निम्न का उचित संबंध कीजिए-

स्तम्भ – I

(I) फर्मा का प्रमेय

(II) फर्मा का लिटिल प्रमेय

(III) आयलर का प्रमेय

(IV) विलसन का प्रमेय

स्तम्भ – II

(a) $(p-1)! \equiv 1 (\text{mod}\, p)$, p अभाज्य है

(b) $a^{\phi(n)} \equiv 1 (\text{mod}\, p)$, n एक धनात्मक पूर्णांक है एवं p अभाज्य है

(c) $a^p \equiv a (\text{mod}\, p)$, p अभाज्य है

(d) $a^{p-1} \equiv 1 (\text{mod}\, p)$, p अभाज्य है

A. I-c, II-d, III-b, IV-a

B. I-d, II-b, III-a, IV-c

C. I-b, II-a, III-c, IV-d

D. I-a, II-c, III-d, IV-b

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

77. Consider the functional

$$J[y]=\int_0^1\left[\left(y'(x)\right)^2+\left(y'(x)\right)^3\right]dx$$

subject to $y(0)=1$ and $y(1)=2$ Then-

A. There exists an extremal $y\in C([0,1])\setminus C^1([0,1])$

B. There exists an extremal $y\in C^1([0,1])\setminus C^2([0,1])$

C. Every extremal y belonging to $C^1([0,1])$ but not to $C^2([0,1])$

D. Every extremal y belonging to both $C^1([0,1])$ and $C^2([0,1])$

77. फलनक

$$J[y]=\int_0^1\left[\left(y'(x)\right)^2+\left(y'(x)\right)^3\right]dx$$

निम्न शर्तो के अंतर्गत, $y(0)=1,\ y(1)=2,$ है तो-

A. एक चरम $y\in C([0,1])\setminus C^1([0,1])$ का अस्तित्व है

B. एक चरम $y\in C^1([0,1])\setminus C^2([0,1])$ का अस्तित्व है

C. प्रत्येक चरम $y\in C^1([0,1])$ लेकिन $y\notin C^2([0,1])$

D. प्रत्येक चरम $y\in C^1([0,1])$ तथा $y\in C^2([0,1])$

78. The set $X=\{1,2\}\times Z_+$, in the dictionary ordered set with the smallest element denoting $1\times n$ by a_n and $2\times n$ by b_n, X can be represented as $a_1,a_2,.....;b_1,b_2,.....$ Then the order topology on X is-

A. Discrete topology

B. Not a discrete topology

C. Indiscrete topology

D. Finite complement topology

78. न्यूनतम अवयव के साथ शब्दकोष क्रम समुच्चय में, समुच्चय $X=\{1,2\}\times Z_+$ है। a_n का $1\times n$ और b_n का $2\times n$ द्वारा निरुपण $a_1,a_2,.....;b_1,b_2,.....$ तब X पर क्रमित टोपोलॉजी है-

A. विविक्त टोपोलॉजी है

B. विविक्त टोपोलॉजी नहीं है

C. अविविक्त टोपोलॉजी है

D. परिमित पूरक टोपोलॉजी है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

79. If B' is the collection of all half open intervals of the form $[a,b)=\{x:a\le x<b\}$ where $a<b$, the topology generated by B' is denoted by $\mathcal{T}_i$. Consider $A=[c,d)=\{x:c\le x<d\}$ where $c<d$ then-

A. A is not open in $\mathcal{T}_i$

B. A is not closed in $\mathcal{T}_i$

C. A is neither open nor closed in $\mathcal{T}_i$

D. A is both open and closed in $\mathcal{T}_i$

80. Let Y be the subset $[0,1)\cup\{2\}$ of R, then

A. In the subspace topology on Y, {2} is not open

B. In the order topology on Y, {2} is not open

C. In the order topology on Y, {2} is open

D. In the subspace topology on Y, {2} is neither open nor closed

79. यदि B' अर्ध विवृत अंतराल $[a,b)=\{x:a\le x<b\}$ रुप के सभी संग्रह है जहाँ $a<b$, एवं B' से जनित टोपोलॉजी $\mathcal{T}_i$ है। मानलो $A=[c,d)=\{x:c\le x<d\}$ जहाँ $c<d$, तब-

A. A, $\mathcal{T}_i$ में विवृत नहीं है

B. A, $\mathcal{T}_i$ में संवृत नहीं है

C. A, $\mathcal{T}_i$ में ना तो विवृत है ना ही संवृत है

D. A, $\mathcal{T}_i$ में विवृत एवं संवृत है

80. मानलो R का उपसमुच्चय $[0,1)\cup\{2\}$ है, तब

A. Y पर उपसमष्टि टोपोलॉजी में, {2} विवृत नहीं है

B. Y पर क्रमित टोपोलॉजी में {2} विवृत नहीं है

C. Y पर क्रमित टोपोलॉजी में, {2} विवृत है

D. Y पर उपसमष्टि टोपोलॉजी में, {2} ना तो विवृत है ना ही संवृत है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

81. Let ϕ be a solution of

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{1+\phi^2(t)}{1+t^2} dt$$

The value of $\phi(1)$ is-

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\sqrt{3}$

82. The eigen values of the boundary value problem,

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0;\ \lambda > 0,\ \ 0 < x < \pi;$$

with

$$y(0) = 0, y(\pi) = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\pi,}$$

are given by-

A. $\lambda = n^2, n = 1,2,3,...$

B. $y = \alpha_n^2$, where α_n, $n = 1,2,3,...$ are the roots of $\alpha - \tan(\alpha\pi) = 0$

C. $\lambda = (n\pi)^2, n = 1,2,3,...$

D. $y = \alpha_n^2$, where α_n, $n = 1,2,3,...$ are the roots of $\alpha + \tan(\alpha\pi) = 0$

81. यदि ϕ,

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{1+\phi^2(t)}{1+t^2} dt$$ का हल है तो, $\phi(1)$ का मान है-

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\sqrt{3}$

82. परिसीमा मान समस्या

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0;\ \lambda > 0,\ \ 0 < x < \pi;$$

$$y(0) = 0, y(\pi) = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\pi,}$$

का अभिलाक्षणिक मान होगा-

A. $\lambda = n^2, n = 1,2,3,...$

B. $y = \alpha_n^2$, जहाँ α_n, $n = 1,2,3,...$ $\alpha - \tan(\alpha\pi)$ के मूल हैं।

C. $\lambda = (n\pi)^2, n = 1,2,3,...$

D. $y = \alpha_n^2$, जहाँ α_n, $n = 1,2,3,...$ $\alpha + \tan(\alpha\pi)$ के मूल हैं।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

83. The solution of the Fredholm integral equation

$$y(x) = x + 2\int_0^1 (xt^2 + x^2 t)\, y(t)\, dt$$

is -

A. $y(x) = 30x - 40x^2$

B. $y(x) = -(30x + 40x^2)$

C. $y(x) = -60x + 50x^2$

D. $y(x) = 50x - 60x^2$

84. If $D \equiv \frac{d}{dx}$, then the value of $\frac{1}{D^2 + D + 1} \sin x$ is -

A. $-\sin x$

B. $\cos x$

C. $-\cos x$

D. $\sin x$

83. फ्रेडहोल्म समाकल समीकरण

$$y(x) = x + 2\int_0^1 (xt^2 + x^2 t)\, y(t)\, dt$$

का हल है-

A. $y(x) = 30x - 40x^2$

B. $y(x) = -(30x + 40x^2)$

C. $y(x) = -60x + 50x^2$

D. $y(x) = 50x - 60x^2$

84. यदि $D \equiv \frac{d}{dx}$, तो $\frac{1}{D^2 + D + 1} \sin x$ का मान होगा-

A. $-\sin x$

B. $\cos x$

C. $-\cos x$

D. $\sin x$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

85. The partial differential equation

$$(x^2+y^2-1)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}+$$

$$(x^2+y^2+1)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$

is-

A. parabolic in the region $x^2+y^2>\sqrt{2}$

B. hyperbolic in the region $x^2+y^2<\sqrt{2}$

C. elliptic in the region $x^2+y^2<2$

D. hyperbolic in the region $x^2+y^2>2$

86. Let X and Y be two topological spaces. Consider the product space $X\times Y$ and $B=\{\cup\times V:\cup$ is open in X and V is open in Y$\}$. Let $B_1,B_2\in B$ then-

A. $B_1\cup B_2\in B$

B. $B_1\cup B_2$ is not open in $X\times Y$

C. $B_1\cup B_2$ is open in $X\times Y$

D. $B_1\cap B_2\notin B$

85. आंशिक अवकल समीकरण

$$(x^2+y^2-1)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}+$$

$$(x^2+y^2+1)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$

है-

A. क्षेत्र $x^2+y^2>\sqrt{2}$ में परवलयिक

B. क्षेत्र $x^2+y^2<\sqrt{2}$ में अति परवलयिक

C. क्षेत्र $x^2+y^2<2$ में दीर्घवृत्तीय

D. क्षेत्र $x^2+y^2>2$ में अति परवलयिक

86. मानलो X और Y दो टोपोलॉजिकल समष्टि है। गुणन समष्टि $X\times Y$ के लिए मानलो $B=\{\cup\times V:\cup,$ X में विवृत है और V विवृत है Y में$\}$ मानलो $B_1,B_2\in B$, तब-

A. $B_1\cup B_2\in B$

B. $B_1\cup B_2$, $X\times Y$ में विवृत नहीं है

C. $B_1\cup B_2$, $X\times Y$ में विवृत है

D. $B_1\cap B_2\notin B$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

87. If the error in computing the integral $\int_{1.8}^{3.4} e^x dx$ by the trapezoidal rule is less than or equal to 0.5×10^{-5}, then the maximum step-size h is approximately equal to-

A. 0.005

B. 0.05

C. 0.01

D. 0.02

88. Identify the wrong statement-

A. Every subgroup of an abelian group is normal

B. In a group two left (right) cosets of a subgroup are either identical or disjoint

C. Every group is isomorphic to its permutation group

D. All the above are correct

87. समाकलन $\int_{1.8}^{3.4} e^x dx$ को ट्रेपोजॉयडल नियम से हल करने पर त्रुटि $\leq 0.5\times10^{-5}$ है, तो स्टेप-माप h का अधिकतम मान लगभग होगा-

A. 0.005

B. 0.05

C. 0.01

D. 0.02

88. असत्य कथन का चयन कीजिए-

A. आबेली समूह का उपसमूह प्रासामान्य है

B. किसी समूह में, कोई दो वाम (दक्षिण) सहसमुच्चय या तो समान होता है या विसंयुक्त होता है

C. प्रत्येक समूह अपने क्रमचय समूह से तुल्याकारी होता है

D. उपरोक्त सभी बराबर

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

89. Find the bilinear transformation which maps the points $z_1 = 2,\ z_2 = i$ and $z_3 = -2$ into the points $w_1 = 1,\ w_2 = i$ and $w_3 = -1$respectively.

A. $w = \dfrac{3z + 2i}{iz + 6}$

B. $w = \dfrac{z + i}{iz + 6}$

C. $w = \dfrac{3z + 2}{iz + 6}$

D. None of these

89. बिन्दू $z_1 = 2,\ z_2 = i$ तथा $z_3 = -2$ को बिन्दूओं $w_1 = 1,\ w_2 = i$ तथा $w_3 = -1$ में रूपांतरित करने वाले द्वि रैखिक रूपांतरण ज्ञात कीजिए-

A. $w = \dfrac{3z + 2i}{iz + 6}$

B. $w = \dfrac{z + i}{iz + 6}$

C. $w = \dfrac{3z + 2}{iz + 6}$

D. इनमें से कोई नहीं

90. The eigenvalues of the homogeneous integral equation

$$y(x) = \lambda \int_0^1 \left(t\sqrt{x} - x\sqrt{t} \right) y(t)\, dt$$

are -

A. $\lambda = \pm 50$

B. $\lambda = \sqrt{3} \pm i\, 5\sqrt{6}$

C. $\lambda = \sqrt{2} \pm i\, 6\sqrt{5}$

D. $\lambda = \pm i\, 5\sqrt{6}$

90. समघातीय समाकल समीकरण

$$y(x) = \lambda \int_0^1 \left(t\sqrt{x} - x\sqrt{t} \right) y(t)\, dt$$

का अभिलाक्षणिक मान हैं-

A. $\lambda = \pm 50$

B. $\lambda = \sqrt{3} \pm i\, 5\sqrt{6}$

C. $\lambda = \sqrt{2} \pm i\, 6\sqrt{5}$

D. $\lambda = \pm i\, 5\sqrt{6}$

91. A function which has poles as its only singularity in the finite part of the complex plane is said to be-

A. An analytic function

B. An entire function

C. A meromorphic function

D. None of these

91. ऐसा फलन जिसका संमिश्र समतल के परिमित भाग में केवल ध्रुव वैचित्र्य हो, कहलाता है-

A. वैश्लेषिक फलन

B. सर्वत्र वैश्लेषिक फलन

C. मेरोमार्फिक फलन

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

92. A function $y(x)$ for which $\int_0^1 (x^2 - y'^2)^2 \, dx$ is stationary, subject to $y(0) = y(1) = 0$, $\left[y' = \frac{dy}{dx} \right]$ is -

A. $y = C \cos \pi x$, where C is an arbitrary constant

B. $y = C_1 \sin n\pi x + C_2 \cos n\pi x$, where C_1 and C_2 are arbitrary constants and n is an integer

C. $y = C \sin n\pi x$, where C is an arbitrary constant and n is an integer

D. $y = C \cos n\pi x$, where C is an arbitrary constant and n is an integer

92. फलन $y(x)$, जिसके लिए $\int_0^1 (x^2 - y'^2)^2 \, dx$ स्थिर है, निम्न प्रतिबंधो के अंतर्गत $y(0) = y(1) = 0$; $\left[y' = \frac{dy}{dx} \right]$; होगा-

A. $y = C \cos \pi x$, जहाँ C एक प्राचल है

B. $y = C_1 \sin n\pi x + C_2 \cos n\pi x$, जहाँ C_1 तथा C_2 प्राचल है एवं n एक पूर्णांक है

C. $y = C \sin n\pi x$, जहाँ C एक प्राचल है एवं n एक पूर्णांक है

D. $y = C \cos n\pi x$, जहाँ C एक प्राचल है तथा n एक पूर्णांक है

93. The transformation $w = \frac{5 - 4z}{4z - 2}$ transforms the circle $|z| = 1$ in the z-plane into ------ in w-plane.

A. a straight line

B. a parabola

C. a hyperbola

D. a circle

93. रूपांतरण $w = \frac{5 - 4z}{4z - 2}$, z- समतल के वृत्त $|z| = 1$ को w-plane में ------ में रूपांतरित करता है।

A. सरल रेखा

B. परवलय

C. अतिपरवलय

D. वृत्त

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

94. Let $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ be defined by

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{\bar{z}^2}{z} & , \text{ if } z\neq 0\\ 0 & , \text{ if } z=0,\end{cases}$$

Then

A. C-R equations are satisfied for f at $z = 0$

B. $f'(0)$ does not exist

C. $f(z)$ is not analytic at $z = 0$

D. All of these

94. फलन $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$,

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{\bar{z}^2}{z} & , \text{ यदि } z\neq 0\\ 0 & , \text{ यदि } z=0,\end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, तो-

A. $z = 0$ पर f के लिए C-R समीकरणें संतुष्ट होतीं हैं

B. $f'(0)$ का अस्तित्व नहीं है

C. $f(z)$, $z = 0$ पर विश्लेषिक नहीं है

D. उपरोक्त सभी

95. Consider the following system of equations:

$$\begin{pmatrix}8 & -3 & 2\\ 4 & 11 & -1\\ 6 & 3 & 12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\ 33\\ 35\end{pmatrix}$$

If the initial guess of the solution is $\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}\right)^T = (0,0,0)^T$, then an approximate value of the solution $\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}\right)^T$ after one iteration by the Gauss-Seidel method is-

A. $(1.5,\ 2.5,\ 0.1)^T$

B. $(2.5,\ 2.1,\ 1.1)^T$

C. $(2.3,\ -1.2,\ 0.5)^T$

D. $(0.25,\ 1.2,\ -0.3)^T$

95. समीकरण निकाय

$$\begin{pmatrix}8 & -3 & 2\\ 4 & 11 & -1\\ 6 & 3 & 12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\ 33\\ 35\end{pmatrix}$$

पर विचार कीजिए

यदि हल का प्रारम्भिक अनुमान $\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}\right)^T = (0,0,0)^T$ हो, तो गॉस-सिडल विधि से एक पुनरावृत्ति के बाद हल का लगभग मान $\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}\right)^T$ होगा-

A. $(1.5,\ 2.5,\ 0.1)^T$

B. $(2.5,\ 2.1,\ 1.1)^T$

C. $(2.3,\ -1.2,\ 0.5)^T$

D. $(0.25,\ 1.2,\ -0.3)^T$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

96. Let $g(x) = \alpha x, \alpha \in \mathbb{R}$. If $g(x)$ interpolates the function $f(x) = \sin(\pi x)$ on [-1, 1] at all the zeros of the polynomial $h(x) = 4x^2 - 3$, then the value of α is-

A. 0.47

B. 1.2

C. 0.32

D. 0

97. Which one is true?

A. An integral domain can be embedded into a field

B. Every Euclidean ring is a principal ideal ring

C. Every field is an Euclidean ring

D. All of above

96. माना कि $g(x) = \alpha x, \alpha \in \mathbb{R}$ यदि $g(x)$ फलन $f(x) = \sin(\pi x)$, [-1, 1] को उन बिन्दुओं पर अंतर्वेशित करता है जो बहूपद $h(x) = 4x^2 - 3$ के शून्य है, तो α का मान होगा-

A. 0.47

B. 1.2

C. 0.32

D. 0

97. सत्य कथन कौन सा है?

A. प्रत्येक पूर्णांकीय प्रांत को किसी क्षेत्र में अंत: स्थापित किया जा सकता है

B. प्रत्येक युक्लिडियन वलय एक मुख्य गुणजावली वलय है

C. प्रत्येक क्षेत्र एक युक्लिडियन वलय है

D. उपरोक्त सभी

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

98. The value of $\tan^{-1}(1+2i)$ is-

A. $\frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+(2k+1)\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

B. $\frac{1}{2}\left[\tan h^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+(2k+1)\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

C. $\frac{1}{2}\left[\tan h^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2k\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

D. $\frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2k\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

98. $\tan^{-1}(1+2i)$ का मान है-

A. $\frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+(2k+1)\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

B. $\frac{1}{2}\left[\tan h^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+(2k+1)\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

C. $\frac{1}{2}\left[\tan h^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2k\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

D. $\frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2k\pi\right]+\frac{i}{4}\log 5$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

99. Consider a dynamical system with the kinetic energy $T = \frac{1}{2}\left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right)$ and the potential energy $V = f(q_1 - q_2)$, where q_1, q_2 are generalized coordinates and f is a given function of q_1 and q_2. If $Q_1 = q_1 - q_2$ and $Q_2 = q_1 + q_2$, then the Lagrange's equations for Q_1 and Q_2 give (dot denotes differentiation with respect to time t)

A. $\ddot{Q}_1 = -2f'(Q_1), \ddot{Q}_2 = 0$

B. $\dot{Q}_1 = -\frac{1}{2}f'(Q_1), \dot{Q}_2 = 0$

C. $\ddot{Q}_1 = \frac{1}{2}f'(Q_1), \ddot{Q}_2 = -\frac{1}{2}$

D. $\dot{Q}_1 = \frac{1}{2}f'(Q_1), \dot{Q}_2 = \frac{1}{2}$

100. If the initial guess of a root of the equation $x^2 - 4x + 1 = 0$, while solving by the Newton-Raphson method, is 1, then the value of the root after one iteration is-

A. 1

B. 0.5

C. 1.5

D. 0

99. गतिकीय निकाय जिसकी गतिज ऊर्जा $T = \frac{1}{2}\left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right)$ तथा स्थितिज़ ऊर्जा $V = f(q_1 - q_2)$, जहाँ q_1, q_2 व्यापकीकृत निर्देशांक हैं तथा f दिया गया q_1 तथा q_2 का फलन हैं। यदि $Q_1 = q_1 - q_2$ तथा $Q_2 = q_1 + q_2$ हैं, तो Q_1 एवं Q_2 के लिए लैग्रेन्ज़े का समीकरण है। (डॉट समय t के सापेक्ष अवकलन दर्शाता है)

A. $\ddot{Q}_1 = -2f'(Q_1), \ddot{Q}_2 = 0$

B. $\dot{Q}_1 = -\frac{1}{2}f'(Q_1), \dot{Q}_2 = 0$

C. $\ddot{Q}_1 = \frac{1}{2}f'(Q_1), \ddot{Q}_2 = -\frac{1}{2}$

D. $\dot{Q}_1 = \frac{1}{2}f'(Q_1), \dot{Q}_2 = \frac{1}{2}$

100. न्युटन-रेफसन विधि से हल करते हुए मूल का प्रारम्भिक अनुमान 1 होने पर, एक पुनरावृत्ति के बाद समीकरण $x^2 - 4x + 1 = 0$ का मूल होगा-

A. 1

B. 0.5

C. 1.5

D. 0

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

PART – II (B)

Candidates who have opted for **Statistics** at the time of application, **should solve** this section and candidates who have opted for **Mathematics** at the time of application, **should not solve** this section.

जिन उम्मीदवारों ने आवेदन के समय **सांख्यिकी** का विकल्प चुना था, वे इस भाग को **हल करें** और जिन उम्मीदवारों ने आवेदन के समय **गणित** का विकल्प चुना था, वे इस भाग को **हल नहीं करें**।

Statistics

61. A random variable X retain value 0, 1, 2, 3 with probability $\frac{1}{125}, \frac{12}{125}, \frac{48}{125}$ and $\frac{64}{125}$ then E(X) is-

A. $\frac{12}{6}$

B. $\frac{12}{7}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{12}{8}$

62. For independent and identical distribution random variables with mean μ and variance σ^2 and sample mean $\overline{X}_n = \frac{\Sigma X_n}{n}$ mean μ is-

A. 0

B. μ

C. 2μ

D. $n\mu$

सांख्यिकी

61. एक यादृच्छिक चर X, 0, 1, 2, 3 मान रखता है। प्रायिकता क्रमश: $\frac{1}{125}, \frac{12}{125}, \frac{48}{125}$ और $\frac{64}{125}$ के साथ तब E(X) है-

A. $\frac{12}{6}$

B. $\frac{12}{7}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{12}{8}$

62. माध्य μ, प्रसरण σ^2 और प्रतिदर्श माध्य $\overline{X}_n = \frac{\Sigma X_n}{n}$ के साथ स्वतंत्र और समरुप वितरित यादृच्छिक चरों का माध्य μ है-

A. 0

B. μ

C. 2μ

D. $n\mu$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

63. Probability density function of a continuous random variable X, for any real number a and b, $a \leq b$ is-

A. $\int_a^b f(x)dx$

B. $\int_b^a f(x)dx$

C. $1-\int_a^b f(x)dx$

D. $\int_a^b f(x)dx-1$

64. For range X = 1, 2, 3, 4 which of the function represent probability distribution-

A. $f(X)=\frac{X-2}{30}$

B. $f(X)=\frac{X^2}{30}$

C. $f(X)=\frac{X}{30}$

D. $f(X)=\frac{X^2-2}{30}$

63. किसी वास्तविक संख्या a और b, $a \leq b$ के लिए एक संतत यादृच्छिक चर X के प्रायिकता घनत्व फलन है-

A. $\int_a^b f(x)dx$

B. $\int_b^a f(x)dx$

C. $1-\int_a^b f(x)dx$

D. $\int_a^b f(x)dx-1$

64. परास X = 1, 2, 3, 4 के लिए कौनसा फलन प्रायिकता वितरण को निरुपित करता है-

A. $f(X)=\frac{X-2}{30}$

B. $f(X)=\frac{X^2}{30}$

C. $f(X)=\frac{X}{30}$

D. $f(X)=\frac{X^2-2}{30}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

65. For correlated variates X and Y having Poisson distribution X + Y is-

(a) Binomial variate

(b) Poisson variate

then which of the following is true?

A. Only (b) is true

B. Only (a) is true

C. (a), (b) both are true

D. (a) is true, (b) is false

65. सहसंबंधित चरों X और Y के प्वॉयसन वितरण X + Y के लिए

(a) द्विपद चर है

(b) प्वॉयसन चर है

तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य होगा-

A. केवल (b) सत्य है

B. केवल (a) सत्य है

C. (a), (b) दोनों सत्य है

D. (a) सत्य है, (b) असत्य है

66. For $P(A) \neq 0$

(a) $P\left(B/A\right) \geq 0$

(b) $P\left(A/A\right) = 1$

(c) $P\left(B/A\right) \geq P(B)$

(d) $P\left(B/A\right) = P(B)/P(A \cup B)$

Which is the correct statement?

A. (a), (b) is true and (c), (d) is false

B. (a), (b), (c) is true and (d) is false

C. (a), (b) is false and (c), (d) is true

D. (a), (b), (c) is false and (d) is true

66. $P(A) \neq 0$ के लिये

(a) $P\left(B/A\right) \geq 0$

(b) $P\left(A/A\right) = 1$

(c) $P\left(B/A\right) \geq P(B)$

(d) $P\left(B/A\right) = P(B)/P(A \cup B)$

कौनसा कथन सही है?

A. (a), (b) सत्य है और (c), (d) असत्य है

B. (a), (b), (c) सत्य है और (d) असत्य है

C. (a), (b) असत्य है और (c), (d) सत्य है

D. (a), (b), (c) असत्य है और (d) सत्य है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

67. For complementary events A and A^C in a sample space which of the statement is true?

A. $P(A)+P(A^C)=0$

B. $P(A)-P(A^C)=0$

C. $P(A)+P(A^C)=1$

D. $P(A)-P(A^C)=1$

68. Relation between mean μ, variance σ^2 and second moment about origin μ_2' is-

A. $\sigma^2=\mu-\mu_2'$

B. $\sigma^2=\mu_2'+\mu$

C. $\sigma^2=\mu_2'-\mu_2^2$

D. $\sigma^2=\mu_2'+\mu_2^2$

69. Probability to get two aces in succession (with replacement) from a deck of 52 cards is-

A. $1/169$

B. $2/169$

C. $3/169$

D. $4/169$

67. यादृच्छिक समष्टि में पूरक घटनाओं A और A^C के लिए, कौनसा कथन सत्य है?

A. $P(A)+P(A^C)=0$

B. $P(A)-P(A^C)=0$

C. $P(A)+P(A^C)=1$

D. $P(A)-P(A^C)=1$

68. माध्य μ, प्रसरण σ^2 और मूल बिंदू के परित: आघूर्ण μ_2' में संबंध है-

A. $\sigma^2=\mu-\mu_2'$

B. $\sigma^2=\mu_2'+\mu$

C. $\sigma^2=\mu_2'-\mu_2^2$

D. $\sigma^2=\mu_2'+\mu_2^2$

69. ताश के 52 पत्तों की गड्डी से दो इक्के लगातार प्राप्त होने की प्रायिकता है (पुन: विस्थापित करने पर)

A. $1/169$

B. $2/169$

C. $3/169$

D. $4/169$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

70. The unique fixed probability vector $t = (x, y, z)$ of probability matrix

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$ is-

A. $\left(\frac{4}{13}, \frac{6}{13}, \frac{1}{13}\right)$

B. $\left(\frac{4}{13}, \frac{8}{13}, \frac{1}{13}\right)$

C. $\left(\frac{6}{13}, \frac{2}{13}, \frac{4}{13}\right)$

D. $\left(\frac{1}{13}, \frac{5}{13}, \frac{6}{13}\right)$

71. In perfect correlation lines of regression are-

A. Perpendicular to each other

B. Coincide

C. Make angle $\frac{\pi}{4}$

D. Make angle $\pi/6$

70. प्रायिकता आव्यूह

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

का अद्वितीय फिक्सड प्रायिकता सदिश $t = (x, y, z)$ है-

A. $\left(\frac{4}{13}, \frac{6}{13}, \frac{1}{13}\right)$

B. $\left(\frac{4}{13}, \frac{8}{13}, \frac{1}{13}\right)$

C. $\left(\frac{6}{13}, \frac{2}{13}, \frac{4}{13}\right)$

D. $\left(\frac{1}{13}, \frac{5}{13}, \frac{6}{13}\right)$

71. पूर्ण सहसंबंध में, समाश्रयण रेखाएं है-

A. एक दूसरे पर लंबवत

B. संपाती है

C. कोण $\frac{\pi}{4}$ बनाती है

D. कोण $\pi/6$ बनाती है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

72. For testing $H_0 : \theta = 2$ against the $\theta = 1$ on the basis of single observation from population
$f(x,\theta) = \theta \exp(-\theta x)\ 0 \le x < \infty$
size of type I error is-

A. $1/e$

B. e

C. $1/e^2$

D. e^2

73. For line of regression
$13x - 10y + 11 = 0$
$2x - y - 1 = 0$
mean of x and y series is-

A. $3, -5$

B. $3, 5$

C. $-3, 5$

D. $-3, -5$

74. Coefficient of correlation is unaffected by change of-

A. Origin but not scale

B. Scale but not origin

C. Origin and scale in either or both the variable

D. Origin and scale in only one of the variable

72. प्रतिचयन, $f(x,\theta) = \theta \exp(-\theta x) 0 \le x < \infty$ से एकल प्रेक्षण के आधार पर $H_0 : \theta = 2$ के $\theta = 1$ के विरुध्द परीक्षण के लिए
टाईप I त्रुटी का आकार है-

A. $1/e$

B. e

C. $1/e^2$

D. e^2

73. समाश्रयण रेखाओं
$13x - 10y + 11 = 0$
$2x - y - 1 = 0$
के लिए x और y श्रेणियों का माध्य है-

A. $3, -5$

B. $3, 5$

C. $-3, 5$

D. $-3, -5$

74. कोटी सहसंबंध प्रभावित नहीं होता, परिवर्तन द्वारा

A. मूलबिंदु परंतु मापन नही

B. मापन परंतु मूलबिंदु नहीं

C. दोनों अथवा एक चर में मूलबिंदु और मापन दोनों

D. केवल एक चर में मूलबिंदु और मापन

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

75. In random sampling from normal population $N(\mu, \sigma^2)$, maximum likelihood estimator for μ when σ^2 is known, is-

A. $n\mu$

B. $n^2\mu$

C. $\bar{x}$

D. $n\bar{x}$

75. सामान्य प्रतिचयन $N(\mu, \sigma^2)$ से यादृच्छिक प्रादर्श में μ के लिए अधिकतम संभावना आकलक, जब σ^2 ज्ञात हो, है-

A. $n\mu$

B. $n^2\mu$

C. $\bar{x}$

D. $n\bar{x}$

76. For variance of $X = 9$ regression equations are

$8X - 10Y + 66 = 0$

$40X - 18Y = 214$

Standard deviation of Y, σ_Y is-

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

76. प्रसरण $X = 9$ के लिये समाश्रयण रेखाएं

$8X - 10Y + 66 = 0$

$40X - 18Y = 214$ है

Y का मानक विचलन σ_Y है-

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

77. Angle between two lines of regression is-

A. $\tan^{-1}\left(\frac{r_1 - 1/r_2}{1 + r_2/r_1}\right)$

B. $\tan^{-1}\left(\frac{r_1 r_2 - 1}{r_1 + r_2}\right)$

C. $\tan^{-1}\left(\frac{r_2 - 1/r_1}{1 + r_2/r_1}\right)$

D. $\tan^{-1}\left(\frac{r_1 - r_2}{1 + r_1 r_2}\right)$

78. For

x	1	2	3	4	5
y	3	7	12	19	28

Coefficient of correlation is-

A. –1

B. –0.82

C. 0.988

D. 0.82

77. दो समाश्रयण रेखाओं के बीच का कोण है-

A. $\tan^{-1}\left(\frac{r_1 - 1/r_2}{1 + r_2/r_1}\right)$

B. $\tan^{-1}\left(\frac{r_1 r_2 - 1}{r_1 + r_2}\right)$

C. $\tan^{-1}\left(\frac{r_2 - 1/r_1}{1 + r_2/r_1}\right)$

D. $\tan^{-1}\left(\frac{r_1 - r_2}{1 + r_1 r_2}\right)$

78.

x	1	2	3	4	5
y	3	7	12	19	28

के लिये सहसंबंध गुणांक है-

A. –1

B. –0.82

C. 0.988

D. 0.82

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

79. In pairwise uncorrelated random variables with the same variance, correlation coefficient between X_1 and $\overline{X}$ is-

A. -1

B. 1

C. $1/\sqrt{n}$

D. $1/n$

80. For two variable x and y with $n = 10$ and r = .9515

$H_0 : \sigma = 0$ and

$H_1 : \sigma \neq 0$

which statement is correct?

A. H_0 is rejected

B. H_0 is accepted

C. It is one tailed test

D. None of above

81. Bias of an estimator can be-

A. Positive

B. Negative

C. Either positive or negative

D. Always zero

79. समान प्रसरण के साथ संयुग्मी असहसंबध्द यादृच्छिक चरों में X_1 एवं $\overline{X}$ के बीच सहसंबंध गुणांक है-

A. -1

B. 1

C. $1/\sqrt{n}$

D. $1/n$

80. $n = 10$ तथा r = .9515 के साथ दो चरों x और y के लिये

$H_0 : \sigma = 0$ और

$H_1 : \sigma \neq 0$ है

कौनसा कथन सही है?

A. H_0 अस्वीकार है

B. H_0 स्विकार है

C. यह एक पुच्छ परीक्षण है

D. उपरोक्त में से कोई नही

81. किसी आकलक का अभिनति हो सकता है-

A. धनात्मक

B. ऋणात्मक

C. या तो धनात्मक या ऋणात्मक

D. सदैव शुन्य

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

82. Simple consistency of an estimator T_n of $\tau(\theta)$ means-

A. $P_\theta\{|T_n - \tau(\theta)| > \in\} = 1$

B. $\lim_{n\to\infty} P_\theta\{|T_n - \tau(\theta)| < \in\} = 1$

C. $\lim_{n\to\infty} P_\theta\{|T_n - \tau(\theta)| < \in\} = 0$

D. All of these

83. The significance of the rank correlation can be tested by which of the following?

A. χ^2 - test

B. t-test

C. Z-test

D. F-test

84. Formula for the confidences interval for the ratio of variances of two normal population involves.

A. χ^2 -distribution

B. F-distribution

C. t-distribution

D. None of these

82. $\tau(\theta)$ का आकलक T_n सरल संगति है, का अर्थ है-

A. $P_\theta\{|T_n - \tau(\theta)| > \in\} = 1$

B. $\lim_{n\to\infty} P_\theta\{|T_n - \tau(\theta)| < \in\} = 1$

C. $\lim_{n\to\infty} P_\theta\{|T_n - \tau(\theta)| < \in\} = 0$

D. उपरोक्त सभी

83. कोटि सहसंबंध की सार्थकता का परीक्षण निम्न में से किसके द्वारा किया जा सकता है?

A. χ^2 - परीक्षण

B. t-परीक्षण

C. Z-परीक्षण

D. F-परीक्षण

84. दो प्रासामान्य समष्टि के लिए प्रसरण अनुपात के लिए विश्वास्यता अंतराल के सूत्र में उपयोग होता है-

A. χ^2 -बंटन

B. F-बंटन

C. t-बंटन

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

85. The maximum likelihood estimates are necessarily-

A. Unbiased

B. Sufficient

C. Most efficient

D. Unique

86. Most of the non-parametric methods utilise measurements on-

A. Ordinal scale

B. Interval scale

C. Ratio scale

D. Nominal scale

87. An estimator is considered to be best if its distribution is-

A. Continuous

B. Discrete

C. Normal

D. Concentrated about the true parameter

85. अधिकतम संभावित आकलक अनिवार्यता है-

A. अनभिनत

B. पर्याप्त

C. सर्वोत्तम दक्ष

D. अद्वितीय

86. अधिकांश अप्राचलिक विधि में माप का स्तर उपयोग होता है-

A. क्रमिक स्तर

B. अंतराल स्तर

C. अनुपात स्तर

D. नामित स्तर

87. एक आकलक सर्वोत्तम माना जाता है यदि इसका बंटन हो-

A. सतत

B. विविक्त

C. प्रसामान्य

D. प्राचल के वास्तविक मान पर केन्द्रित

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

88. When the rank correlation between two sets of ranks awarded by two judges is -1, then it leads to the conclusion that-

A. There is a complete disassociation between the ranks of two sets

B. The rank awarded by one judge are in reverse order of the ranks awarded by the other judge

C. $3\Sigma d_i^2 = n(n^2 - 1)$

D. All of these

89. An estimator T_n based on a sample of size n is considered to be the best estimator of θ if-

A. $P\{|T_n - \theta| < \in\} \geq P\{|T_n^* - \theta| < \in\}$

B. $P\{|T_n - \theta| > \in\} \geq P\{|T_n^* - \theta| > \in\}$

C. $P\{|T_n - \theta| < \in\} = P\{|T_n^* - \theta| < \in\}$ for all θ

D. None of these

88. दो निर्णायकों द्वारा दो रैंक सेट के लिए कोटि सहसंबंध -1 है, तो इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि-

A. कोटि के दो सेटों में पूर्ण असाहचर्य है

B. एक निर्णायक द्वारा प्रदान किया गया रैंक दूसरे निर्णायक द्वारा प्रदान किए गए रैंक से विपरीत क्रम में हैं

C. $3\Sigma d_i^2 = n(n^2 - 1)$

D. उपरोक्त सभी

89. n आमाप वाले प्रतिदर्श पर आधारित T_n को θ का सर्वोत्तम आकलक माना जाता है, यदि-

A. $P\{|T_n - \theta| < \in\} \geq P\{|T_n^* - \theta| < \in\}$

B. $P\{|T_n - \theta| > \in\} \geq P\{|T_n^* - \theta| > \in\}$

C. $P\{|T_n - \theta| < \in\} = P\{|T_n^* - \theta| < \in\}$ सभी θ के लिए

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

90. When there are three items ranked by two investigators the only possible values of the rank correlation r_s are-

A. $-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1$

B. $-1,-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2},1$

C. $-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}$

D. $-1,0,1$

91. The general linear programming problem is in standard form, if-

A. The constraints are inequalities of '$\leq$' type

B. The constraints are inequalities of '$\geq$' type

C. The decision variables are un-restricted in sign

D. The constraints are strict equations

92. In a linear programming problem-

A. The objective functionary and constraints are linear

B. Only the objective function to be linear

C. Only the constraints are to be linear

D. None of these

90. जब तीन वस्तुओं को दो अन्वेषकों द्वारा रैंक दिया जाता है, तो कोटि सहसंबंध r_s के सभी संभाव्य मान है-

A. $-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1$

B. $-1,-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2},1$

C. $-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}$

D. $-1,0,1$

91. सामान्य रैखिक प्रोग्रामन समस्या मानक रुप में है, यदि-

A. अवरोधें '$\leq$' प्रकार की असमिकाएँ हैं

B. अवरोधें '$\geq$' प्रकार की असमिकाएँ हैं

C. निर्णय चरों का चिन्ह अप्रतिबंधित हैं

D. अवरोधें दृढ़त: समीकरण हैं

92. किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या में-

A. उद्देश फलन तथा अवरोधें रैखिक होना चाहिए

B. केवल उद्देश्य फलन रैखिक होना चाहिए

C. केवल व्यवरोधें रैखिक होना चाहिए

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

93. A TV repairman finds that the time spent on his jobs has an exponential distribution with mean 30 minutes. If he repairs sets in the order in which they come in, and if the arrival of sets is approximately Poisson with an average rate of 10 per 8 hours day, the repairman's expected idle time each day is?

A. 1 Hour

B. 2 Hours

C. 5 Hours

D. 3 Hours

93. एक टीवी सेट मिस्त्री का मरम्मत करने में लगा समय 30 मिनट औसत के साथ चरघातांकीय बंटन का पालन करता है। यदि वह मिस्त्री जिस क्रम में सेट आते हैं उसी क्रम में मरम्मत करता है तथा सेटों का आगमन लगभग पॉयजन वितरण 10 प्रति 8 घण्टे दिन के साथ है। मिस्त्री का प्रतिदिन खाली समय का प्रत्याशित समय क्या है?

A. 1 घण्टा

B. 2 घण्टें

C. 5 घण्टें

D. 3 घण्टें

94. The minimum value of $Z = 3x_1 + 4x_2$

Subject to constraints:

$x_1 + x_2 \leq 30,$

$0 \leq x_2 \leq 12,$

$x_1 - x_2 \geq 0,$

$x_2 \geq 3,$

$0 \leq x_1 \leq 20$ is-

A. 21

B. 100

C. 72

D. 102

94. $Z = 3x_1 + 4x_2$ का

न्युनतम मान निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत:

$x_1 + x_2 \leq 30,$

$0 \leq x_2 \leq 12,$

$x_1 - x_2 \geq 0,$

$x_2 \geq 3,$

$0 \leq x_1 \leq 20$, होगा-

A. 21

B. 100

C. 72

D. 102

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

95. In a linear programming problem the variables to be determined should be-

A. Negative only

B. Non-negative only

C. Positive only

D. Non-positive only

96. In a linear programming problem, if Z is an objective function, then which one of the following statement is correct?

A. $\min(z) = \max(-z)$

B. $\min z = -\max z$

C. $\min(-z) = -\min z$

D. None of the above

97. Solution of a linear programming problem

Maximize

$Z = x_1 + x_2$

Subject to

$x_1 - 2x_2 \leq 10$

$x_2 - 2x_1 \leq 10$

$x_1, x_2 \geq 0$ is-

A. admits an optimal solution

B. admits no feasible solution

C. the problem is unbounded

D. admits a unique feasible solution

95. किसी रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या में ज्ञात किए जाने वाले चर होना चाहिए-

A. केवल ऋणात्मक

B. केवल ऋणेत्तर

C. केवल धनात्मक

D. केवल गैर-धनात्मक

96. यदि एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या में, यदि Z उद्देश्य फलन है, तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

A. $\min(z) = \max(-z)$

B. $\min z = -\max z$

C. $\min(-z) = -\min z$

D. इनमें से कोई नहीं

97. रेखीक प्रोग्रामन समस्या

Max $Z = x_1 + x_2$, निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$x_1 - 2x_2 \leq 10$

$x_2 - 2x_1 \leq 10$

$x_1, x_2 \geq 0$ का-

A. इष्टतम हल है

B. कोई सुसंगत हल नही है

C. समस्या अपरिबध्द है

D. अद्वितीय सुसंगत हल है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

98. In an integer programming problem the Branch and Bound method divides the feasible solution space into smaller parts by-

A. Enumerating

B. Bounding

C. Branching

D. Above all

98. ब्रांच एवं बाउंड विधि में किसी पूर्णांक रैखिक समस्या के संभाव्य हल समष्टि को छोटे भागों में निम्न द्वारा विभाजित किया जाता है-

A. गणना

B. बाउंडींग

C. ब्रांचिंग

D. उपरोक्त सभी

99. In queuing theory the multiple servers may be-

A. In series

B. In parallel

C. In the combination of series and parallel

D. Above all

99. पंक्ति सिध्दांत में बहू सर्वर हो सकते है-

A. श्रेणी में

B. समांतर में

C. श्रेणी एवं समांतर के संयोजन में

D. उपरोक्त सभी

100. Generally queuing model may be completely specified in the symbolic form

$(a/b/c):(d/e)$

In this d stands for-

A. Capacity of the system

B. Service discipline

C. Number of servers

D. None of the above all

100. सामान्य पंक्ति सिध्दांत निदर्श को प्रतीकात्मक रुप से

$(a/b/c):(d/e)$

के रुप में पूर्णत: निर्दिष्ट किया जा सकता है। इसमें d का अर्थ है-

A. निकाय की क्षमता

B. सेवा अनुशासन

C. सर्वर की संख्या

D. इनमें से कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

20 **SET A**

उत्तर अंकित करने का समय : 2 घंटे अधिकतम अंक : 200

Time for making answers : 2 Hours Maximum Marks : 200

नोट :

1. **इस प्रश्न पुस्तिका में 100 वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिए गए है। प्रत्येक प्रश्न के लिए दो अंक निर्धारित है। सभी प्रश्न अनिवार्य है।**
2. **प्रश्नों के उत्तर, दी गई OMR उत्तरशीट (आंसरशीट) पर अंकित कीजिए।**
3. **ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं किया जावेगा।**
4. **किसी भी तरह के कैलकुलेटर या लॉग टेबल एवं मोबाइल फोन का प्रयोग वर्जित है।**
5. **OMR उत्तरशीट (आंसरशीट) का प्रयोग करते समय ऐसी कोई असावधानी न करें/बरतें जिससे यह फट जाये या उसमें मोड़ या सिलवट आदि पड़ जाये जिसके फलस्वरूप वह खराब हो जाये।**

Note :

1. There are 100 objective type questions in this booklet. All questions are compulsory and carry two marks each.
2. Indicate your answers on the OMR Answer-Sheet provided.
3. No. negative marking will be done.
4. Use of any type of calculator or log table and mobile phone is prohibited.
5. While using OMR Answer-Sheet care should be taken so that the Answer-Sheet does not get torn or spoiled due to folds and wrinkles.

-